

Métodos de Análise de Impactos Balísticos

José Almeno da Silva Santos

Dissertação de Mestrado

Orientador na FEUP: Prof. Doutor António Torres Marques

Orientadores no INEGI: Doutor Luís Pina

Doutor Giuseppe Catalanotti



Mestrado. Integrado em Engenharia Mecânica

Fevereiro 2016

À minha família

Resumo

Uma observação atenta da evolução do Homem revela que desde cedo surgiu a preocupação em defender o corpo de ataques inimigos. Os vários conflitos criados pelo Homem levaram a evoluções dos equipamentos de ataque e defesa. Os avanços do armamento provocam avanços dos equipamentos de defesa, e vice-versa. As duas indústrias tentam manter-se sempre à frente uma da outra e para que isso aconteça a investigação científica toma um papel importante.

A complexidade inerente ao estudo de impactos de alta velocidade conduz a que seja necessária a criação de modelos de análise simplificados para os fenómenos de deformação ocorridos no projétil e no painel. A abordagem feita nesta dissertação consiste num estudo energético do fenómeno, aplicando a lei da conservação da energia.

O trabalho desenvolvido nesta dissertação focou-se na recolha de informação sobre modelos existentes para o estudo de transferências energéticas em impactos balísticos, com o objetivo de criar um modelo computacional que possa ser usado como base para a análise deste tipo de impactos. Realizou-se uma pesquisa exaustiva no tema e é apresentada no estado da arte desta dissertação uma versão resumida, focada apenas nos estudos mais relevantes. A compilação desta base teórica, até agora inexistente no seio do INEGI, será vital para o desenvolvimento sustentado e adequado de trabalhos futuros, a realizar no INEGI, a partir do relatório aqui apresentado.

O modelo computacional, desenvolvido recorrendo ao *software* MATLAB®, contém os mecanismos de absorção de energia mais influentes, modelando-os de acordo com os desenvolvimentos previamente publicados em comunicações científicas. As energias incorporadas neste algoritmo foram: a energia de deformação elástica das fibras secundárias, energia de delaminação, energia de fissuração da matriz, energia cinética do cone, e energia por falha das fibras primárias. Dependendo dos casos específicos em análise, deverão ser aprofundados os modelos dos fenómenos considerados mais relevantes.

O modelo computacional desenvolvido foi validado com casos documentados na literatura e verificou-se uma boa relação com os dados obtidos. No entanto existe ainda a possibilidade de melhorar o modelo implementado, nomeadamente na adaptação a qualquer tipo de material e no estudo mais aprofundado de mecanismos de absorção de energia com o objetivo de melhorar a aproximação com a realidade.

Verificou-se uma relação aceitável com os casos estudados na literatura e que a energia dissipada pela deformação elástica das fibras é a mais influente no processo de absorção de energia por parte do alvo.

Palavras chave: Energias, Impacto, Balístico, Compósito, Proteção, Alta velocidade

Methods of analysis of ballistic impacts

Abstract

Advances made on the terminal effects of projectiles push the limits of defence equipment, and vice-versa. Both industries try to keep ahead of one another, and therefore the scientific investigation takes on an important role on the development of new technologies.

The complexity inherent to the study of high velocity impact requires the need to create simplified analysis models to understand the deformation phenomena that occur on the projectile as well as on the target. In this dissertation, we will make an energetic study of the high velocity impact phenomenon, based on the energy conservation law.

The investigation made in this study focused on the literature available in existing models used to study energy transfer on ballistic impacts, on creating a computational model that can be used as a basis to study these types of impacts. A comprehensive study on the subject was made and a resumed version is presented on the state of the art of the present dissertation. The theoretical basis here gathered will be vital to guarantee the proper knowledge necessary to future developments made by INEGI on the projects where they are involved.

The computational model, created with the software MATLAB®, contains the most influential energy absorption mechanisms, modelling them in accordance with the knowledge published in scientific papers on this subject. The implemented algorithm is able to calculate de energy for the following mechanisms: the energy dissipated by elastic deformation of the secondary yarn, the tensile failure of the primary yarns, the energy absorbed by delamination and matrix cracking and the kinetic energy of the moving cone. Depending on specific cases in analysis, the models of the most relevant phenomena should be subject to a more developed study.

This computational model was validated with the use of cases taken from the consulted literature and it showed promising results, although there's still work to be done in the optimization of the algorithm in areas such as adapting it to any material, and more research is needed on the absorption mechanism in order to narrow the gap between theoretical models and reality.

In the end of the study we can report that there is an acceptable relation between the presented model and the ones studied in the state of the art, and was observed that the most influential absorption mechanism is the elastic deformation of secondary yarns.

Keyword: Energy, Impact, Ballistic, Composite, Protection, High velocity

Agradecimentos

Um grande agradecimento ao Doutor Luís Pina, meu orientador no INEGI, por toda a ajuda e apoio prestado no trabalho, pelas horas perdidas em sugestões, discussões e correções do trabalho, pela boa disposição e entusiasmo demonstrado ao longo de toda a duração do meu estágio.

Ao Doutor Giuseppe Catalanotti, pelo conhecimento partilhado na área da absorção de energia em materiais compósitos e pelo apoio dado na orientação do projeto, apoio esse demonstrado no esclarecimento de dúvidas e sugestões importantes que ajudaram a enriquecer o trabalho aqui apresentado.

Ao Professor Doutor António Torres Marques, meu orientador na FEUP, pela orientação dada na definição da linha geral do trabalho a ser desenvolvido e também pelas sugestões oferecidas ao longo do semestre.

A todas as pessoas do INEGI que tão bem me receberam e tornaram agradável toda a experiência.

À Ana pela paciência, apoio e ânimo oferecido ao longo deste semestre. Ao João pelo companheirismo e apoio ao longo destes anos do nosso percurso académico.

À Joana, pelo carinho, paciência e todo o apoio dado nos momentos mais difíceis, mas também pela exigência que me incutiu para que eu conseguisse realizar o melhor trabalho possível.

Aos meus irmãos, Ana e David, que apesar de estarem longe, sempre arranjam forma de me apoiar e encorajar ao longo do meu percurso.

Um agradecimento muito especial aos meus pais, por todos os esforços que tiveram de fazer ao longos dos anos. Obrigado pelo apoio e carinho demonstrado ao longo do meu percurso enquanto estudante, em especial neste último ano.

Índice de Conteúdos

1	Introdução	1
1.1	INEGI	1
1.2	Enquadramento do projeto e motivação	2
1.3	Objetivos do projeto	2
1.4	Método seguido no projeto.....	2
1.5	Estrutura da dissertação	2
2	Introdução à Proteção Balística	4
2.1	Contextualização Histórica.....	4
2.2	Conceitos Base	5
2.2.1	Projétil.....	5
2.2.2	Painel Balístico	7
2.2.3	Impacto Balístico	7
2.2.4	Limite Balístico.....	7
2.2.5	Lei da Conservação de Energia.....	8
2.2.6	Fibras Primárias e Fibras Secundárias	8
2.3	Materiais.....	8
2.3.1	Exigências da Balística	9
2.3.2	Aramídas	9
2.3.3	Ultra-high-molecular-weight polyethylene (UHMWPE)	10
2.3.4	Cerâmicos.....	11
3	Estado da Arte.....	13
3.1.1	Análise de impacto numa fibra.....	13
3.1.2	Métodos Analíticos	15
3.1.3	Métodos Numéricos	17
3.1.4	Métodos Experimentais	18
3.2	Considerações finais	20
4	Análise das Transferências de Energia em Impactos Balísticos	21
4.1	Balço de Energias	21
4.1.1	Energia cinética do projétil.....	21
4.1.2	Resultados de um Impacto Balístico.....	22
4.1.3	Equação de Equilíbrio de Energias.....	22
4.2	Mecanismos de Absorção e Dissipação de Energia com Dano do Painel	23
4.2.1	Rotura das Fibras Primárias	23
4.2.2	Deformação das Fibras Secundárias.....	26
4.2.3	Fissuração da Matriz.....	27
4.2.4	Delaminação.....	28
4.2.5	Shear Plugging	28
4.3	Outros Mecanismos de Absorção	30
4.3.1	Deslocamento do Cone da Face Oposta	30
4.3.2	Atritos.....	31
4.4	Projétil	31
4.4.1	Erosão	31
4.4.2	Deformação	31
4.5	Mecanismos de Absorção e Dissipação de Energia em Materiais Cerâmicos.....	32
5	Modelo Computacional de Impactos Balísticos	34
5.1	Implementação do Modelo Numérico.....	34
5.1.1	Variáveis de Entrada.....	36
5.1.2	Bloco de Análise	37
5.1.3	Resultados	40

5.2	Comparação de Resultados.....	40
6	Conclusões e perspectivas de trabalho futuro.....	43
6.1	Conclusões	43
6.2	Trabalhos Futuros	44
	Referências	45
ANEXO A:	Código Algoritmo MATLAB.....	48

Siglas	
ρ	Massa volúmica do material
$\Delta \bar{E}^{SP}$	Energia dissipada por <i>shear plugging</i> num instante de tempo
E^{SP}	Energia necessária para uma camada ceder por <i>shear plugging</i>
h_c	Espessura de uma camada
$E_{(i-1)}^{diss}$	Soma das energias dissipadas pelos diferentes mecanismos no instante <i>i-1</i>
E^{CC}	Energia cinética do cone formado na face oposta
E^{CP}	Energia cinética do projétil
E^{FM}	Energia dissipada por fissuração da Matriz
E^{FP}	Energia dissipada por falha das fibras primárias
E^{FS}	Energia dissipada por deformação das fibras secundárias
E_i^{DL}	Energia dissipada por delaminação
E_i^{SP}	Energia dissipada por <i>shear plugging</i>
F_i	Força aplicada pelo projétil na superfície do alvo
X^{DL}, X^{FM}	Percentagem de delaminação e fissuração
c_i^{τ}	Velocidade da onda de tensão de corte ao longo da espessura
c_l^e	Velocidade da onda elástica longitudinal
c_l^p	Velocidade da onda plástica longitudinal
c_p	Velocidade da onda plástica
c_t	Velocidade da onda transversa
e^{FM}	Energia absorvida por fissuração da matriz por unidade de volume
l_i	Elongação da fibra
m_{ci}	Massa do cone
r_i^{DL}, r_i^{FM}	Raio de dano por delaminação ou fissuração
r_p	Distância radial percorrida pela onda plástica
r_t	Distância radial percorrida pela onda transversa
ε_0	Deformação do ponto de impacto O
ε_{Bi}	Deformação do ponto B
$\varepsilon^{DL} \text{ ou } FM$	Deformação limite para iniciação de dano por delaminação ou fissuração
ε_{FS}	Deformação das fibras secundárias
ε_p	Deformação elástica limite
η_i^{SP}	Número de camadas que falham por <i>shear plug</i>
σ_p	Tensão limite elástico
τ^{SP}	Tensão limite de <i>shear plugging</i>
τ_i	Tensão aplicada na superfície do alvo

Δt	Intervalo de tempo
a	Largura da fibra
A	Área da secção da fibra
b	Fator de transmissão de ondas de tensão
E	Módulo de Young
G	Módulo de rigidez
G_{II}	Taxa de libertação de energia para delaminação tipo II
h	Deslocamento do projétil
S_{an}	Fator de anisotropia
V_m	Fração volúmica da matriz
x	Distância de um ponto genérico de uma fibra à periferia do projétil
α	Taxa de diferença de deformação entre as fibras primárias e secundárias
Subscritos	
i	Intervalo de tempo i
0	Instante de tempo inicial

Índice de Figuras

Figura 1 - Uniformes militares usados na Primeira (a) e Segunda (b) Guerra Mundial (Haque et al. 2012).....	5
Figura 2 - Partes constituintes da munição (Pinto e Rosa 2009).....	6
Figura 3 - <i>Shadowgraph</i> de uma bala a viajar a 2,66 Ma (TheArmsGuide 2014).	6
Figura 4 - Identificação das fibras primárias e secundárias durante um impacto balístico (Pasquali et al. 2015).....	8
Figura 5 - Diagrama simplificado da molécula de Kevlar® (Brown 2016).....	9
Figura 6 - Vestimenta de Kevlar® (Magazine 2016).....	10
Figura 7 - Placa protetora de Spectra® (Honeywell International Inc 2015).....	11
Figura 8 - Placas de proteção peitoral de carboneto de boro (Ceradyne 2015).....	12
Figura 9 - Efeitos causados pela onda transversa numa fibra. Após ter sofrido deformações causadas pelas ondas plástica e elástica, o material é puxado para o ponto de impacto deslocando-se transversalmente (Mamivand e Liaghat 2010).	13
Figura 10 - Resultados apresentados por Carr (1999) no estudo dos mecanismos de falha de fibras.....	14
Figura 11 - Resultados apresentados por Naik e Shrirao (2004) para os impactos em <i>E-glass</i> . As energias mais influentes são a energia cinética do cone (tracejado) e a deformação das fibras secundárias (linha cheia fina).	16
Figura 12 - Resultados apresentados por Pasquali et al. (2015) para os impactos simulados em <i>E-glass</i> . As energias mais influentes são a energia cinética do cone (linha com cruces) e a energia dissipada pela deformação de fibras secundárias (linha com triângulos).....	16
Figura 13 - Pormenores dos modelos numéricos desenvolvidos por Park et al. (2015).....	18
Figura 14 - Comparação de resultados entre experiência empírica e numérica (Silva et al. 2005).....	18
Figura 15 - Esquema de experiência com arma (Mohotti et al. 2015).....	19
Figura 16 - Esquema de montagem de uma experiência usando um canhão de ar comprimido (Shim et al. 1995).....	19
Figura 17 - Impacto balístico com rotura das fibras primárias(Silva et al. 2005).....	23
Figura 18 - Variação da deformação de metade da fibra ao longo do seu comprimento para diferentes deformações no ponto de impacto (ϵ_0).	24
Figura 19 - Esquema da área afetada pelo impacto balístico (Pasquali et al. 2015).	26
Figura 20 - Área afetada por delaminação e fissuração da matriz observada experimentalmente por Naik et al. (2006). A região 1 mostra a área danificada no primeiro instante de tempo e a região 2 a área danificada num instante de tempo genérico <i>i</i>	27
Figura 21 - Evolução das microfissuras em delaminação tipo II, (a) microfissuras isoladas, (b) propagação das microfissuras leva a que estas aumentem de tamanho (Lee 1995).....	28
Figura 22 - Esquema demonstrando delaminação no modo II (Benzerga et al. 2014).....	28
Figura 23 - Esquema demonstrativo da formação do tampão durante o <i>shear plug</i> (Naik e Shrirao 2004).....	29

Figura 24 - Evolução do cone formado na face oposta observado por Morye et al. (2000)	30
Figura 25 - Deformação do projétil (Naik et al. 2013).....	32
Figura 26 - Impacto balístico num cerâmico. A vermelho encontram-se realçados os limites da região 1, sendo o restante volume afetado a região 2 ("Wadley Research Group - UVA" 2016).	33
Figura 27 - Impacto balístico num alvo cerâmico ("Wadley Research Group - UVA" 2016).	33
Figura 28 - Fluxograma do processo iterativo para cálculo das energias dissipadas num impacto balístico.....	35
Figura 29 – Bloco de iniciação do processo iterativo do algoritmo	37
Figura 30 - Esquema do processo iterativo realizado pelo algoritmo	37
Figura 31 - Gráfico apresentado por Naik e Shirao (2004) representando os resultados do impacto balístico.....	42
Figura 32 - Evolução das transferências de energia entre o projétil e o alvo	42

Índice de Tabelas

Tabela 1 - Classificação da velocidade de impacto e respostas típicas do alvo (Justo 1996)	7
Tabela 2 - Propriedades mecânicas de fibras aramídas (Moura et al. 2011)	10
Tabela 3 - Propriedades mecânicas de duas fibras UHMWPE (Granta Design 2015).....	11
Tabela 4 - Propriedades mecânicas do Carboneto de Boro e Carboneto de Silício (Granta Design 2015).....	12
Tabela 5 - <i>Inputs</i> do projétil	36
Tabela 6 - <i>Inputs</i> do alvo	36
Tabela 7 - Condição de paragem e <i>outputs</i> dados pelo algoritmo.....	40
Tabela 8 - Dados de entrada relativos ao alvo e ao projétil usados no algoritmo (Pasquali et al. 2015).....	41
Tabela 9 - Comparação de resultados obtidos	41

1 Introdução

Atualmente, as evoluções tecnológicas na indústria militar, nomeadamente nos equipamentos de defesa, não se focam exclusivamente no desenvolvimento de novos tipos de equipamento, mas também na necessidade de desenvolvimento de novos materiais que sejam capazes de desempenhar as elevadas exigências impostas pela natureza brutal do combate.

Com o avanço feito nos equipamentos de ataque na área da penetração das defesas, torna-se fundamental o estudo do impacto balístico para entendimento do comportamento destes novos materiais quando sujeitos a tais solicitações. Estes estudos têm como objetivos finais o melhoramento das propriedades mecânicas dos materiais usados nas vestimentas ou o melhoramento da forma como os materiais são aplicados.

Hoje em dia é comum o uso combinado de vários tipos de materiais para se conseguir atingir a melhor defesa possível. As proteções de material compósito são capazes de alojar insertos de material cerâmico, promovendo a defesa de partes vitais.

Não só nas armaduras pessoais se vê a aplicação destes novos materiais, é também comum a sua aplicação em veículos de combate, tanto na estrutura como nos painéis do veículo, procurando diminuir o peso e aumentar a proteção dos seus ocupantes.

Esta dissertação foca-se no estudo da resposta de materiais compósitos a impactos de alta velocidade, baseando-se na leitura de trabalhos desenvolvidos por outros autores, procurando criar com base nesses trabalhos um modelo computacional de análise de impactos de alta velocidade em materiais compósitos.

O presente trabalho, realizado no INEGI, insere-se no projeto “Produção e Teste de painéis de proteção balística” do Centro de Investigação da Academia Militar em colaboração com o Instituto de Ciências e Inovação em Engenharia Mecânica e Engenharia Industrial (INEGI) e o Instituto de Materiais de Aveiro (CICECO), que é um projeto precursor de outros projetos de investigação e desenvolvimento tecnológico sobre materiais de proteção balística.

1.1 INEGI

O INEGI – Instituto de Ciências e Inovação em Engenharia Mecânica e Engenharia Industrial é um instituto que promove a transferência de tecnologia entre a Universidade do Porto e a Indústria, característica proveniente da sua formação em 1986 no seio dos departamentos de Engenharia Mecânica (DEMec) e Engenharia e Gestão Industrial (DEGI) da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto (FEUP).

O INEGI detém um vasto conjunto de competências que abrangem campos tecnológicos como a análise de vibrações e ruído, prototipagem rápida, energias renováveis, etc., e competências no campo da gestão como a gestão industrial e de energias. Estas competências servem de base à atividade desenvolvida pelo INEGI na investigação, inovação, transferência de tecnologia e consultoria (INEGI 2015).

1.2 Enquadramento do projeto e motivação

Este trabalho foi desenvolvido no seio da Unidade de Materiais e Estruturas Compósitas (UMEC) do INEGI.

O interesse do estudo de impactos de alta velocidade surge do recente envolvimento do INEGI em vários projetos de investigação científica na área da defesa pessoal e de equipamentos:

- Proteção e testes de painéis balísticos em cooperação com a CINAMIL (Centro de Investigação da Academia Militar);
- A componente portuguesa no projeto BaToLUS 2 (*Battle Tolerant UAVs*) da EDA (*European Defence Agency*) visa o melhoramento da armadura de veículos aéreos não tripulados;
- PASSARO, um projeto europeu em que o INEGI participa no estudo e desenvolvimento de estruturas multimateriais resistentes a impactos de média-alta energia para aplicação na aeronáutica comercial;
- Em candidatura encontra-se o projeto ALIRmcs (*Advanced Lightweight Impact Resistant materials, components and structures*) que tem o objetivo de modelar o comportamento e desenvolver soluções multimaterial para resistência a impactos com aplicações em aeronaves não tripuladas.

1.3 Objetivos do projeto

Este projeto tem dois objetivos principais:

- Revisão do estado da arte – inicialmente será feita uma revisão bibliográfica aprofundada do tema de impactos de alta velocidade em alvos compósitos a fim de criar uma base teórica acerca do assunto;
- Criação de um modelo computacional – baseado na revisão bibliográfica, será feita a integração de modelos estudados na bibliografia num modelo computacional que servirá de base para desenvolvimentos posteriores na análise de impactos balísticos;
- Capacitar o INEGI com conhecimentos dos efeitos de um impacto balístico num alvo de material compósito, que servirão de base para trabalhos futuros nos projetos referidos.

1.4 Método seguido no projeto

A abordagem ao problema será feita através de uma revisão bibliográfica do tema, incidindo principalmente em artigos científicos, que apresenta algumas limitações devido ao facto de haver muitos desenvolvimentos classificados. Será feita uma análise das metodologias sugeridas nos artigos estudados, selecionando-se o método considerado mais promissor para desenvolvimentos futuros. Por fim será implementado um modelo computacional genérico passível de afinações para se adaptar aos diversos casos de impactos balísticos.

1.5 Estrutura da dissertação

A presente dissertação será organizada em seis capítulos, sendo este primeiro capítulo uma apresentação e um enquadramento geral do projeto.

No segundo capítulo será feita uma introdução histórica do tema assim como a apresentação de alguns conceitos base considerados importantes no estudo da balística. São também apresentados os materiais atualmente utilizados em proteção balística, referindo as suas

principais características, as suas aplicações e as suas limitações. Serão descritas as exigências a que um material está sujeito aquando do impacto de um projétil balístico assim como as propriedades mecânicas mais relevantes neste tipo de fenómenos.

No terceiro capítulo será apresentado o estado da arte do estudo energético de impactos balísticos. Será apresentada a revisão bibliográfica feita, mencionando estudos sobre o desenvolvimento dos métodos de análise: analíticos, numéricos e experimentais. Serão analisados os resultados apresentados nestes estudos e selecionado o método de análise a ser seguido nesta dissertação. O objetivo principal deste estado da arte é a criação de uma base teórica capaz de ser utilizada em trabalhos futuros a serem desenvolvidos nos projetos integrados pelo INEGI. Assim sendo, procurou-se resumir de forma objetiva o trabalho de pesquisa realizado, de forma a que este possa ser facilmente consultado e que represente uma fonte de conhecimento útil no desenvolvimento de novas teorias, algoritmos ou testes.

O quarto capítulo tem o objetivo de apresentar com pormenor os fenómenos de transferência de energia em impactos balísticos, baseado nos modelos estudados no estado da arte. Será feita uma descrição geral dos fenómenos de transferência de energia entre o projétil e o painel balístico, bem como dos mecanismos de absorção e dissipação de energia presentes no painel. Será também apresentada a equação de equilíbrio de energia usada como base para o estudo do fenómeno e mencionados os modelos analíticos para cada um dos seus componentes. No subcapítulo reservado às condições energéticas iniciais serão apresentados os *inputs* do modelo: a energia cinética do projétil e a conservação de energia durante o fenómeno. De seguida será feita uma descrição pormenorizada com demonstrações do modelo analítico de todos os mecanismos de dissipação e absorção de energia do painel e também a deformação observada no projétil.

No quinto capítulo será feita a apresentação do modelo computacional desenvolvido, com recurso ao uso de um fluxograma, promovendo assim um rápido entendimento do algoritmo implementado. Será discutida a aplicação do modelo a casos de estudo documentados e feita uma análise crítica dos resultados.

No sexto capítulo serão apresentadas as principais conclusões do trabalho realizado e serão propostos desenvolvimentos futuros com o objetivo de facilitar a continuação dos estudos iniciados com esta dissertação.

2 Introdução à Proteção Balística

2.1 Contextualização Histórica

As guerras são acontecimentos que acompanham a História da Humanidade desde a sua criação. Os perigos para a vida Humana causados pelas diferentes armas levam ao desenvolvimento de proteções corporais que começam com o aparecimento de escudos e mais tarde de armaduras para o corpo. A necessidade de criação e aperfeiçoamento de equipamentos de defesa tem estado desde sempre ligada à evolução feita pelo Homem nos equipamentos de ataque: os avanços conseguidos pelos fabricantes nos efeitos terminais dos projéteis provocam um aumento de peso e tamanho nas armaduras para que estas consigam fazer frente a tais avanços. Consequentemente o estudo de novos materiais, leves e simultaneamente capazes de contrariar a penetração dos projéteis nas armaduras, tornou-se um foco importante dos investigadores (Pinto e Rosa 2009; Naik et al. 2013).

A escolha de uma proteção balística tem de estar sempre aliada ao tipo de ameaça a ser enfrentada e à operacionalidade do utilizador. Significa isto que para melhorar a eficiência e eficácia de uma armadura é necessário fazer uma análise prévia das ameaças que irão ser enfrentadas. Citando Justo: *“Actualmente a protecção balística é escolhida de acordo com o grau de ameaça previsto, a mobilidade que retira ao utilizador e o acréscimo de peso que provoca”* (Justo 2005).

Esta noção que interliga proteção balística, ameaça e operacionalidade é facilmente observada através de uma revisão histórica da evolução das proteções pessoais dos soldados.

Os hoplitas gregos, a mais avançada infantaria da Antiguidade, equipavam-se com capacete, armadura de corpo, grevas e um escudo (*hóplon*) feitos em bronze ou cabedal. Na altura, este tipo de armadura era eficaz devido ao facto de as batalhas se fazerem corpo a corpo, com espadas curtas ou lanças, onde o escudo se tornava muito útil. A legião Romana usava um tipo de armadura segmentada constituída por bandas de ferro sobrepostas ligadas entre si com tiras de couro que, ao não ser uma peça inteira de ferro, permitia ao utilizador ter uma maior mobilidade. Na Renascença, o capacete e a armadura medieval de aço caíram em desuso por serem ineficientes contra as armas de fogo que começavam a aparecer. Devido ao facto de não existirem materiais leves capazes de parar ou defletir as balas, a armadura pesada deixou de ser uma opção viável (Coghe e Mermans 2009; Haque et al. 2012).

Estas evoluções na tecnologia de proteção são obviamente predominantes em períodos de guerra. No período cronológico em que se lutaram as duas Guerras Mundiais assistiu-se a muitas evoluções das proteções pessoais.

Durante a Primeira Guerra Mundial houve uma preocupação em evoluir o capacete usado pelas tropas uma vez que o número de mortes por ferimentos na zona da cabeça era muito alto. Este fenómeno deve-se ao facto de a guerra ter sido feita em trincheiras, onde a cabeças dos soldados eram a parte do corpo mais exposta, ficando os soldados vulneráveis ao ataque do inimigo. Os capacetes desenvolvidos neste período eram feitos em aço e, apesar de conseguirem defletir algumas balas de pistolas, eram menos eficazes contra calibres maiores.

Durante a Segunda Guerra Mundial foram desenvolvidas placas de aço para proteção do abdômen, peito ou costas dos soldados, porém devido ao seu peso tornaram-se pouco eficientes para os soldados de infantaria e foram aproveitadas pelos soldados das forças aéreas onde o peso não seria um fator tão importante.



Figura 1 - Uniformes militares usados na Primeira (a) e Segunda (b) Guerra Mundial (Haque et al. 2012)

Durante a segunda metade do século XX novos materiais apareceram como resultado de avanços tecnológicos. O Nylon® começou a ser usado em conjunto com outros materiais para se obter uma solução flexível, permitindo uma redução das lesões na zona peitoral e abdominal. O aparecimento das fibras de aramída dá-se alguns anos após a Segunda Guerra Mundial com o Kevlar®. A DuPont começa a comercializar a fibra aramída em 1972. O Kevlar® demonstra desempenho superior aos materiais até aqui usados e é atualmente usado em aplicações balísticas como escudos, capacetes e coletes anti-bala.

Apesar das excelentes propriedades mecânicas, o Kevlar® por si só é pouco eficaz contra projéteis de calibres elevados, por isso atualmente existe interesse no desenvolvimento de insertos cerâmicos aplicáveis nos coletes anti-bala. Estas placas inseridas nos coletes, à semelhança do que foi tentado durante a Segunda Guerra Mundial com as placas feitas em aço, procuram proteger órgãos vitais do corpo humano e são aplicadas principalmente na zona abdominal e peitoral. A aplicação destas placas tornou-se possível devido ao facto de os cerâmicos usados atualmente terem um peso muito inferior ao aço, facilitando a sua adoção pela infantaria (Justo 2005; Yang 1993).

2.2 Conceitos Base

2.2.1 Projétil

Uma munição é constituída principalmente por quatro elementos: o projétil (1), o invólucro (2), a escorva (3) e a carga (4), como se pode ver na Figura 2. Cada um destes elementos tem uma função específica no desempenho da munição, sendo a mais exigente a desempenhada pelo projétil. As características mais essenciais de um projétil são: densidade elevada, para facilmente adquirir energia e ter uma elevada densidade de energia; ter um ponto de fusão

elevado, para não fundir devido ao atrito com a alma da arma e ser deformável para provocar os efeitos desejados no alvo.

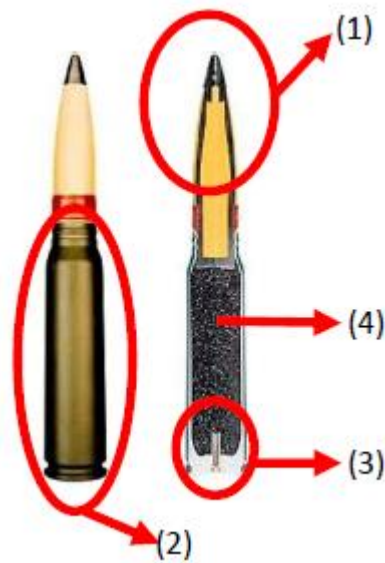


Figura 2 - Partes constituintes da munição (Pinto e Rosa 2009)

É importante ainda referir a balística externa – ciência que estuda o movimento do projétil assim que este deixa a alma da arma. Esta ciência diz-nos que as principais forças atuantes no projétil durante a sua trajetória são a resistência do ar e a atração da gravidade, sendo que a influência da primeira é muito maior do que a segunda. A força criada pela resistência do ar pode ser decomposta em três outras forças: uma força de compressão na ponta do projétil criada devido às velocidades supersônicas a que os projéteis viajam (a); uma força de fricção criada nas paredes laterais do projétil (b) e uma força de sucção originada pela presença de um escoamento turbulento na cauda do projétil (c). A Figura 3 mostra essas forças em atuação num projétil que se desloca a Mach 2.66. De notar que todas essas forças são dissipativas uma vez que apresentam uma resistência ao movimento do projétil e todas elas contribuem para a perda de energia do projétil ao longo do seu trajeto.

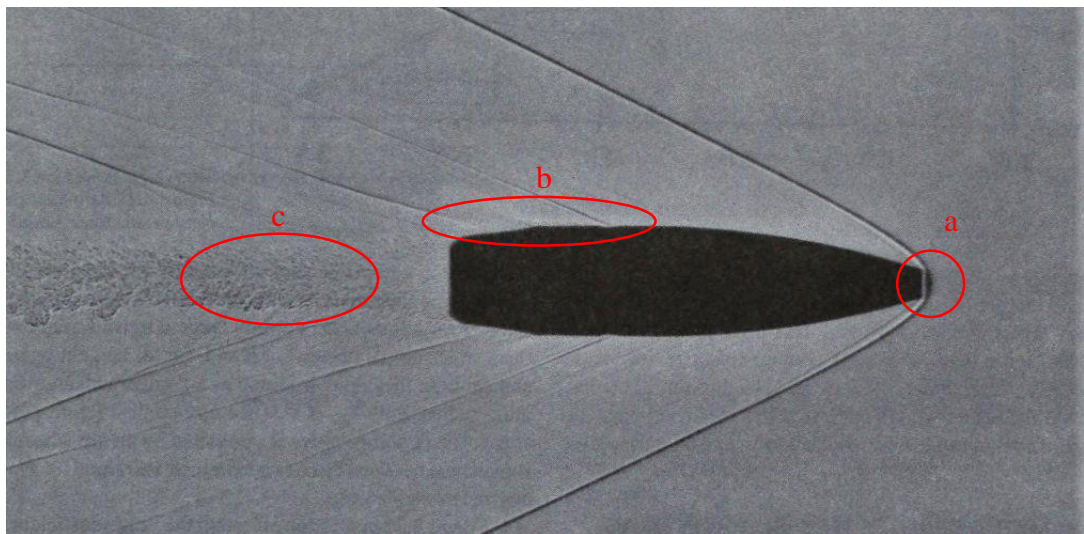


Figura 3 - *Shadowgraph* de uma bala a viajar a 2,66 Ma (TheArmsGuide 2014).

2.2.2 Painel Balístico

Painéis balísticos são painéis criados com a finalidade de resistir a impactos de alta velocidade. A sua principal função é evitar a penetração do projétil, protegendo equipamentos ou seres humanos. São feitos a partir de materiais com boas características para a balística, como a alta resistência ao impacto e uma boa tenacidade (Moura et al. 2011).

Devido ao custo das matérias-primas necessárias para o fabrico de tecidos balísticos e também devido ao aumento do peso e diminuição da flexibilidade, resultando numa menor mobilidade dos soldados, é impossível a criação de armaduras que cubram por completo o corpo. Para contornar este problema e servir os soldados com a melhor proteção possível são criados painéis balísticos que cobrem as áreas vitais do corpo humano: o peito e a cabeça.

2.2.3 Impacto Balístico

Um impacto balístico é, genericamente, um impacto a alta velocidade de um projétil de baixa massa contra um alvo, e é caracterizado por provocar elevadas taxas de deformação no alvo e no projétil. Devido às altas velocidades envolvidas, a resposta do alvo é de carácter localizado e predominam os efeitos da propagação das ondas de tensão compressiva criadas. Durante o impacto é feita a transferência de energia cinética do projétil para o alvo, cuja principal função será maximizar a absorção dessa energia (Pasquali et al. 2015; Moura et al. 2011).

A Tabela 1 apresenta os valores limites de baixa, alta e híper velocidades de impacto. É preciso ter em atenção que estes limites dependem do material impactado, já que a reação e resposta do alvo ao impacto é o que realmente classifica a velocidade de impacto (Justo 1996).

Tabela 1 - Classificação da velocidade de impacto e respostas típicas do alvo (Justo 1996)

Velocidade	Classificação	Resposta do alvo
≤ 250 m/s	Baixa Velocidade	A estrutura do alvo responde globalmente ao impacto, o esforço de resistência à penetração é feito por toda a estrutura do alvo.
Entre 500 a 2000 m/s	Alta velocidade	A estrutura responde ao impacto localmente, apenas uma pequena área ao redor do ponto de impacto oferece resistência à penetração e sofre dano.
> 2000 m/s	Hipervelocidade	Entre 2000 e 3000m/s o alvo responde com um comportamento típico dos fluidos. Acima dos 12000m/s observa-se vaporização do material ao ser impactado

2.2.4 Limite Balístico

Limite balístico é uma velocidade limite característica do par projétil – alvo. Vários investigadores diferem na definição de limite balístico que utilizam, mas podemos dizer que existem duas definições aceites pela comunidade científica: V_{50} e V_0 .

A velocidade V_{50} é a velocidade com que o projétil atinge o alvo tendo uma probabilidade de 50% de o perfurar.(Silva et al. 2005)

A velocidade V_0 define limite balístico como a velocidade com que o projétil atinge o alvo, perfurando-o, mas saindo com uma velocidade nula (Morye et al. 2000).

2.2.5 Lei da Conservação de Energia

A lei da conservação da energia diz que a energia de um sistema isolado se mantém constante ao longo do tempo. A energia de um sistema não é criada nem destruída, apenas muda de forma. No caso do impacto balístico, se olharmos para o sistema projétil-alvo, podemos afirmar que a energia transportada pelo projétil aquando do impacto será transformada e absorvida através dos vários fenómenos de absorção de energia presentes no alvo. No caso de o alvo parar completamente a bala observa-se que a energia cinética da bala foi totalmente transformada em energias de deformação, dano e calor.

2.2.6 Fibras Primárias e Fibras Secundárias

Durante um impacto sobre um alvo composto por um material fibroso, as fibras do painel balístico são submetidas a tensões aplicadas pelo projétil. As fibras atingidas diretamente pelo projétil têm o nome de fibras primárias, são responsáveis por oferecer resistência à penetração e, por isso, ficam submetidas às maiores tensões, chegando mesmo a atingir a tensão de rotura. Nas imediações da área de impacto encontram-se as fibras secundárias que sofrem deformações, em geral inferiores às das fibras primárias, não chegando à rotura, dissipando alguma energia. Devido às altas velocidades do projétil, o impacto balístico é um fenómeno com efeitos localizados que não afeta toda a estrutura do painel, daí a área das fibras secundárias ser restringida a um pequeno raio à volta do ponto de impacto. Esse raio será igual à distância atingida pelas ondas de deformação que se criam no impacto.

A Figura 4 mostra uma representação do evento de um impacto balístico em que se pode ver a vermelho as fibras primárias e em azul claro a área que corresponde às fibras secundárias.

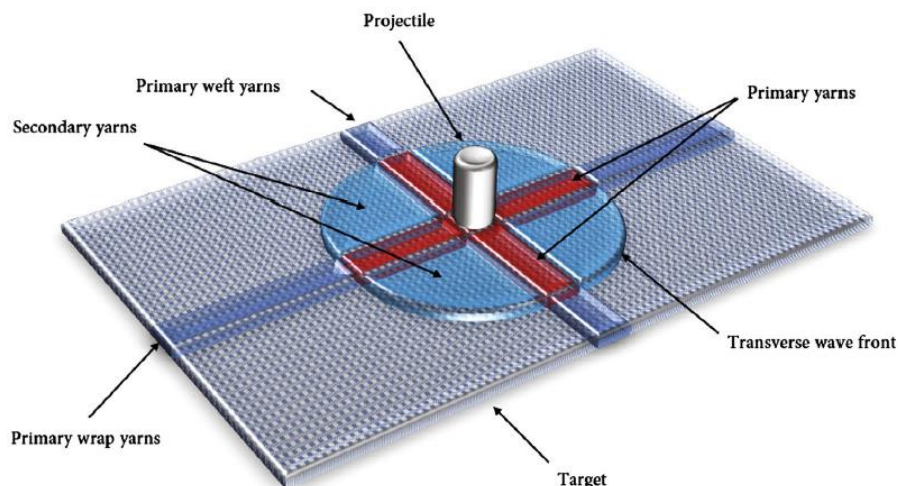


Figura 4 - Identificação das fibras primárias e secundárias durante um impacto balístico (Pasquali et al. 2015)

2.3 Materiais

Os materiais compósitos começaram a aparecer em meados do século XX e não pararam de evoluir. Devido às suas superiores propriedades mecânicas, foram substituindo os materiais tradicionais e ocupam hoje em dia um lugar de destaque nos materiais de engenharia. Estes materiais podem ter aplicações nas indústrias aeroespacial, desportiva, em equipamentos

médicos, estruturas e também em equipamentos militares (Kumar e Ahmad 2013; Moura et al. 2011).

Torna-se então necessário para o tema desta dissertação fazer uma análise e caracterização dos materiais compósitos usados na balística.

2.3.1 Exigências da Balística

Como referido anteriormente, o nível de proteção balística está inteiramente ligado com o nível de ameaça a ser enfrentado. No entanto, pode-se afirmar que existe um certo número de características necessárias comuns a todos os materiais, independentes do nível de proteção pretendido.

Uma das propriedades mais importantes para um material balístico é a sua tenacidade, que nos indica a energia que o material consegue absorver antes da rotura. Tratando-se o impacto balístico de um fenómeno de transferências de energia é crucial que o material balístico tenha uma tenacidade elevada (Moura et al. 2011).

Anteriormente na dissertação foi definida operacionalidade como a adequação da armadura às ameaças a serem enfrentadas tendo como objetivo a otimização da eficácia dos soldados. É importante referir que os soldados em operação levam bastante peso em equipamento (arma, munições, mantimentos, etc.). Assim, é necessário que os equipamentos de proteção sejam feitos de materiais leves. O peso específico é um fator importante na escolha do material, que deve, no entanto, ter também uma elevada rigidez e resistência mecânica. Estas propriedades mecânicas são difíceis de combinar usando materiais tradicionais. Porém, os materiais compósitos conseguem atingir um equilíbrio satisfatório destas propriedades, sendo por isso muito atrativa a sua aplicação em equipamentos de proteção (Kumar e Ahmad 2013).

Estando definidas as propriedades mecânicas necessárias a um material balístico será feita de seguida uma caracterização dos materiais usados atualmente na indústria de proteção pessoal.

2.3.2 Aramídas

O Kevlar® é uma fibra comercializada pela DuPont™ desde 1972, cuja descoberta foi feita por S. L. Kwolek em 1965. Devido às suas características, nomeadamente à sua excelente resistência química e mecânica, ótima relação rigidez-peso, boa resistência ao impacto e fadiga e a uma boa capacidade de amortecimento de vibrações, este material é amplamente usado em proteções, acessórios e equipamentos balísticos resistentes a impacto, corte e perfurações. Estas aplicações como equipamento de defesa são conseguidas devido à constituição altamente cristalina do material, levando a que seja preciso uma quantidade de energia muito alta para quebrar as ligações moleculares, o que faz com que o Kevlar® seja capaz de absorver grandes quantidades de energia sem sofrer muitos danos (White 1999).

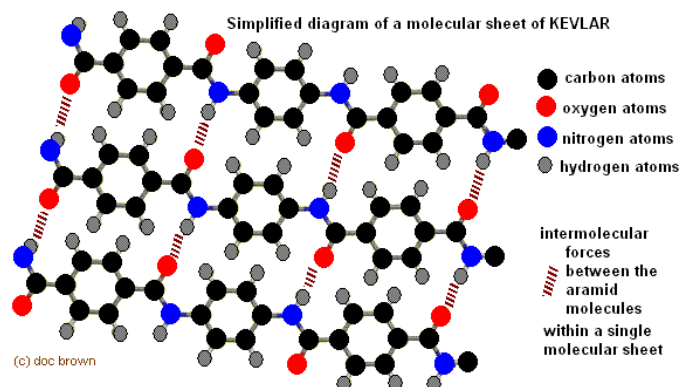


Figura 5 - Diagrama simplificado da molécula de Kevlar® (Brown 2016)

Além de aplicações na proteção pessoal e de veículos, o Kevlar® é também utilizado na indústria aeronáutica sendo, por exemplo, usado na estrutura de alguns aviões, em automóveis de competição e cascos de barco (Yang 1993; Moura et al. 2011).



Figura 6 - Vestimenta de Kevlar® (Magazine 2016)

As principais desvantagens desta fibra são a facilidade com que absorve humidade, a sua sensibilidade aos raios ultravioletas e o facto de demonstrar uma resistência baixa quando sujeito a compressão. O seu processamento também é difícil devido ao facto de ser necessário utilizar equipamentos de corte específicos, pela dificuldade em cortar as fibras e para diminuir o risco de danificar as mesmas (Justo 2005).

De seguida é apresentada a Tabela 2 contendo propriedades mecânicas para vários tipos de aramídas atualmente comercializados.

Tabela 2 - Propriedades mecânicas de fibras aramídas (Moura et al. 2011)

Propriedade	Kevlar®29	Kevlar®49	Twaron®
Massa volúmica (kg/m ³)	1440	1450	1440
Módulo de Young (GPa)	60	129	60
Tensão na rotura (MPa)	3000	3000	2600
Deformação na rotura	3.6	1.9	3

2.3.3 Ultra-high-molecular-weight polyethylene (UHMWPE)

Os materiais UHMWPE – fibra de polietileno de muito alto peso molecular – mais usados na indústria balística são comercializados com os nomes de Spectra®¹ e Dyneema®², que são bastante semelhantes em todas as suas propriedades. As empresas produtoras dos dois produtos, nos seus *websites*, mostram que estes são aplicáveis a quase todo o tipo de equipamentos militares, leve ou pesado, como placas protetoras do peito, capacetes, coletes, escudos policiais

¹ Spectra® é uma marca registada de Honeywell International Inc.

² Dyneema® é uma marca registada de Royal DSM (The Netherlands).

anti tumulto, existindo ainda algumas aplicações para proteção de veículos. Esta versatilidade é devida ao facto do peso molecular deste material ser muito alto, resultado de cadeias moleculares muito longas, levando a uma alta resistência e a um bom desempenho balístico. Em comparação com o Kevlar®, este material apresenta melhor resistência à absorção de humidade e a raios ultravioleta. Para a aplicação balística usam-se tipicamente fibras com diâmetros de 10-20µm em conjunto com uma matriz polimérica termoplástica (Granta Design 2015; Royal D. S. M. 2015; Honeywell International Inc 2015; Justo 2005).

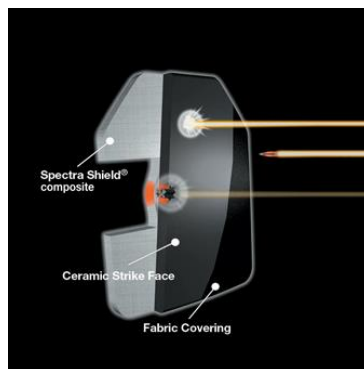


Figura 7 - Placa protetora de Spectra® (Honeywell International Inc 2015)

De seguida apresentam-se as propriedades mecânicas de dois produtos feitos a partir de UHMWPE

Tabela 3 - Propriedades mecânicas de duas fibras UHMWPE (Granta Design 2015)

Propriedade	Spectra® 1000	Spectra® 900
Massa volúmica (kg/m ³)	970	970
Módulo de Young (GPa)	145	115
Tensão na rotura (MPa)	3000	2500
Deformação na rotura	3.2	4

2.3.4 Cerâmicos

A utilização dos cerâmicos em equipamentos de proteção dá-se normalmente em casos específicos. Os cerâmicos são aplicados sob a forma de insertos – placas que são inseridas em certas partes do equipamento base. Esses insertos são, na sua generalidade, utilizados em pontos vitais do corpo humano e das estruturas dos veículos.



Figura 8 - Placas de proteção peitoral de carboneto de boro (Ceradyne 2015)

Os materiais utilizados para a criação destes insertos cerâmicos nas armaduras são o carboneto de boro ou o carboneto de silício prensados a quente, uma técnica que permite dar forma ao produto final com o objetivo de melhorar a ergonomia, possibilitando um conforto maior ao utilizador. Em termos de propriedades mecânicas os dois materiais são semelhantes, como se pode observar na Tabela 4. Apesar de os cerâmicos serem materiais frágeis, quando usados em conjugação com polímeros conseguem absorver grandes quantidades de energia devido à deformação e fragmentação que provocam no projétil. No entanto, têm a limitação de ter um número muito limitado de impactos que conseguem sustentar, uma vez que os danos causados por cada impacto nas placas são elevados (Ceradyne 2015; Ceramtec 2015).

Tabela 4 - Propriedades mecânicas do Carboneto de Boro e Carboneto de Silício (Granta Design 2015)

Propriedade	Carboneto de Boro	Carboneto de Silício
Massa volúmica (kg/m ³)	2400	3150
Módulo de Young (GPa)	450	380
Tensão na rotura (MPa)	270	380
Deformação na rotura (%)	0.06	0.1

3 Estado da Arte

Os modelos de análise são desenvolvidos como uma ferramenta para entendimento e caracterização de fenómenos que ocorrem à nossa volta. No âmbito do estudo científico, a criação de modelos é extremamente importante pois possibilita a oportunidade de testar hipóteses e teorias, recriando a realidade em meio controlado e permitindo assim uma melhor compreensão dos fenómenos.

Neste capítulo serão expostas diferentes metodologias propostas por vários autores que estudam os fenómenos de dissipação de energia aquando do impacto de um projétil num painel balístico com o objetivo de promover a melhoria dos equipamentos de segurança.

Primeiro serão apresentados os métodos analíticos que abordam o problema com modelos matemáticos, neste caso usando equações de balanço de energias. De seguida serão apresentados os métodos numéricos que usam modelos computacionais com bases analíticas para representar o fenómeno de impacto a alta velocidade. Por fim serão apresentados métodos experimentais que se baseiam em experiências empíricas do fenómeno, recorrendo ao auxílio de equipamento adequado.

3.1.1 Análise de impacto numa fibra

Para melhor se compreender o complexo fenómeno do impacto balístico num alvo de material compósito será importante fazer um estudo do comportamento da unidade elementar de um painel balístico compósito: a fibra.

Smith et al. (1958) deram importantes passos para a compreensão do comportamento das fibras sujeitas a impactos transversos. No seu trabalho, os autores estudam a relação tensão-deformação de uma fibra sujeita a um impacto rápido procurando entender o efeito das ondas que se propagam ao longo da fibra. Os autores abordam a propagação das ondas plástica, elástica e transversa, estabelecendo as equações para as suas velocidades. Em especial, o estudo desenvolvido na compreensão e caracterização da onda transversa criou importantes alicerces para estudos posteriores na área do impacto a altas velocidades. A Equação (1) é a expressão usada para o cálculo da velocidade da onda transversa, fundamental para calcular a área afetada pelo impacto e deslocamentos provocados no alvo.

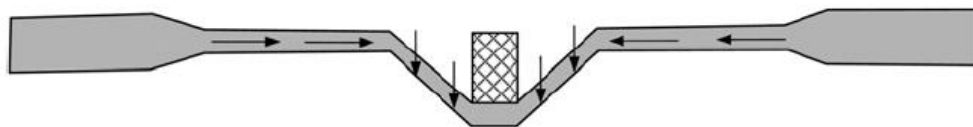


Figura 9 - Efeitos causados pela onda transversa numa fibra. Após ter sofrido deformações causadas pelas ondas plástica e elástica, o material é puxado para o ponto de impacto deslocando-se transversalmente (Mamivand e Liaghat 2010).

$$c_t = \sqrt{\frac{(1 + \varepsilon_p)\sigma_p}{\rho}} - \int_0^{\varepsilon_p} \sqrt{\frac{1}{\rho} \left(\frac{d\sigma}{d\varepsilon} \right)} d\varepsilon \quad (1)$$

Em que:

c_t	Velocidade da onda transversa
ε_p	Deformação limite de elasticidade
σ_p	Tensão limite de elasticidade
ρ	Massa volúmica do material

Um estudo empírico onde foi comparado o desempenho de fibras aramídas com as UHMWPE foi desenvolvido por Carr (1999). Neste estudo o autor fez impactar uma esfera em aço de 0.68g contra fibras de Kevlar® e Dyneema® variando a velocidade de impacto, com a finalidade de determinar modos de falha e as energias a que ocorrem. Os resultados mostram que existem dois modos de falha importantes: transmissão de onda de tensão e falha por corte, sendo que o primeiro foi observado nos impactos de velocidades mais baixa e o segundo para impactos de velocidades superiores. As fibras de Kevlar® falharam com fibrilação e conseguiram absorver maiores quantidades de energia para baixas velocidades. Foi observado nos impactos de alta velocidade que as fibras UHMWPE apresentavam fusão de fibras; nestas fibras foi observada uma maior absorção de energia para altas velocidades. A Figura 10 mostra-nos os resultados apresentados pelos autores.

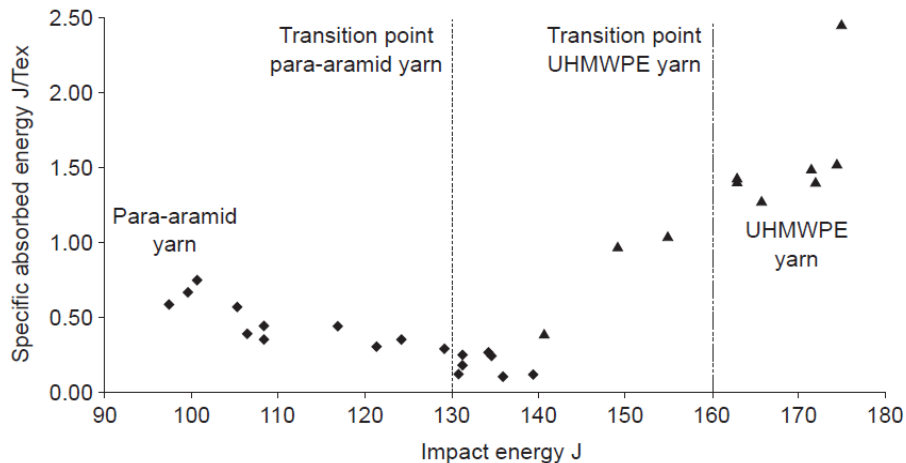


Figura 10 - Resultados apresentados por Carr (1999) no estudo dos mecanismos de falha de fibras

Chocron-Benloulou et al. (1997) baseados em trabalhos prévios já desenvolvidos, nomeadamente o de Smith et al. (1958), procuraram criar um avanço no estudo do impacto balístico de uma fibra. O trabalho apresentado focava-se na aplicação de um novo critério de falha baseado na energia que atravessa cada filamento. O critério de falha calcula o valor da energia de deformação elástica por unidade de volume e compara-o com um valor crítico. Assim que esse valor crítico é atingido dá-se a rotura da fibra. Os autores relatam uma boa comparação dos resultados obtidos por testes numéricos e experimentais.

3.1.2 Métodos Analíticos

A revisão bibliográfica feita sobre os métodos analíticos sugere que a abordagem mais comum ao problema é a utilização da lei da conservação da energia que, adaptada ao caso em estudo, obriga a que a energia cinética transportada pelo projétil seja igual à energia absorvida pelo painel balístico mais a energia cinética final do projétil, sendo esta última nula quando o projétil é detido pelo painel.

Em todos os artigos estudados é feita a referência a mecanismos de dissipação ou absorção de energia presentes no painel, sendo que foi também observada uma diferença nos tipos de mecanismos abordados em cada artigo, dependendo da complexidade do modelo apresentado pelos investigadores. A caracterização dos mecanismos de absorção e dissipação será abordada com mais detalhe no capítulo 4 desta dissertação. É ainda importante referir que em alguns dos artigos estudados o projétil foi considerado como indeformável, deixando de parte nesses modelos a energia dissipada por deformação do projétil. Este fator foi deixado de parte devido à simplificação dos modelos analíticos, que, ao não considerar a deformação do projétil, abre portas à utilização de projéteis com formas simples (esferas e cilindros).

Um dos modelos mais simples para obtenção do limite balístico é proposto por Morye et al. (2000). No seu artigo, os investigadores consideraram apenas três mecanismos de absorção de energia: rotura das fibras primárias, deformação elástica das fibras secundárias, e formação de um cone na face oposta ao impacto. A equação (2) foi usada como base do modelo, sendo o segundo membro da equação a soma das energias dissipadas pelos mecanismos respetivamente enunciados.

$$E_0^{CP} = E^{FP} + E^{FS} + E^{CC} \quad (2)$$

Onde:

E_0^{CP}	Energia cinética inicial do projétil
E^{FP}	Valor absoluto da energia das fibras primárias
E^{FS}	Valor absoluto da energia das fibras secundárias
E^{CC}	Energia cinética do cone

Apesar da simplicidade do modelo, os investigadores reportam uma boa correlação entre as medições experimentais feitas para a amplitude da base do cone e para o limite balístico e as previsões feitas analiticamente. Os autores nomeiam ainda como principal mecanismo de dissipação a energia cinética criada pela formação do cone na face oposta.

Um modelo mais completo é proposto por Naik e Shrirao (2004). No seu artigo, os autores afirmam que, apesar do comportamento dos compósitos sujeitos a impactos balísticos estar, de um modo geral, compreendido, novos estudos seriam necessários, mencionando que em estudos anteriores os mecanismos de absorção de energia nunca foram contabilizados na sua totalidade. Para isso, os investigadores apresentam um método analítico em que consideram quatro mecanismos de dissipação de energia adicionais, para além dos três apresentados por Morye et al., totalizando assim sete mecanismos de dissipação. Assim sendo, neste estudo são consideradas também as energias dissipadas por: *shear plugging* (E_i^{SP}), fissuração da matriz (E_i^{FM}), separação das camadas do material (E_i^{DL}) e fricção durante o contacto do projétil com o painel (E_i^F), como descrito na seguinte equação usada pelos autores no seu estudo:

$$E_0^{CP} = E_i^{CC} + E_i^{SP} + E_i^{DL} + E_i^{FM} + E_i^{FP} + E_i^{FS} + E_i^F \quad (3)$$

Os autores aplicaram o seu modelo a dois materiais compósitos, *E-glass* e a fibra de carbono T300, ambos com uma matriz de epóxico. Nas suas conclusões afirmam que para as mesmas

condições de teste o *E-glass* apresenta um limite balístico V_{50} maior que a fibra de carbono, realçando ainda que os mecanismos de absorção de energia mais importantes diferem nos dois materiais, sendo a energia absorvida pelas fibras primárias e secundárias os mais influentes no *E-glass*, ao passo que na fibra de carbono a energia de deformação das fibras secundárias e a energia de *shear plugging* absorveram maior quantidade de energia.

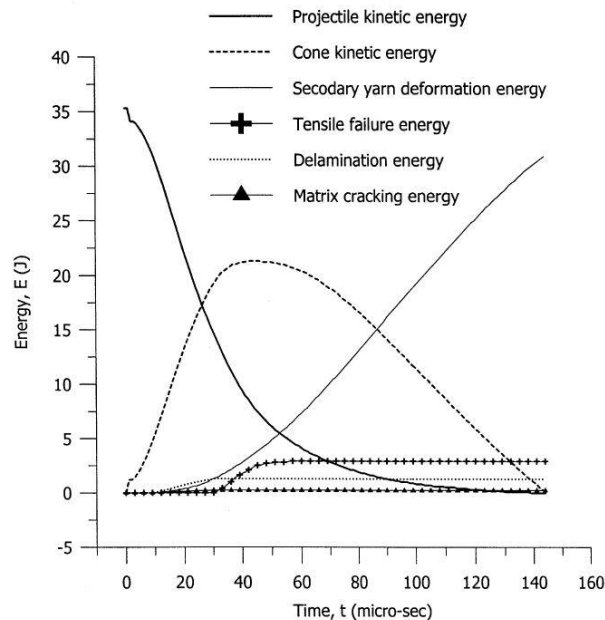


Figura 11 - Resultados apresentados por Naik e Shrirao (2004) para os impactos em *E-glass*. As energias mais influentes são a energia cinética do cone (tracejado) e a deformação das fibras secundárias (linha cheia fina).

Pasquali et al. (2015) apresentam no seu artigo um processo iterativo semelhante ao apresentado por Naik et al. (2006), com a diferença de não considerarem a energia dissipada por contacto. Este artigo apresenta uma refinação nas fórmulas e no algoritmo apresentados por artigos anteriores, bem como uma implementação numérica do método analítico. O algoritmo apresentado no estudo tinha como objetivo a determinação do limite balístico V_0 , ou seja, o algoritmo só é interrompido quando se obtém uma velocidade nula do projétil combinada com uma perfuração completa do painel. O modelo foi validado recorrendo a uma vasta campanha de experiências empíricas e os autores relatam que existe uma boa relação entre os resultados experimentais e os resultados obtidos analítica e numericamente.

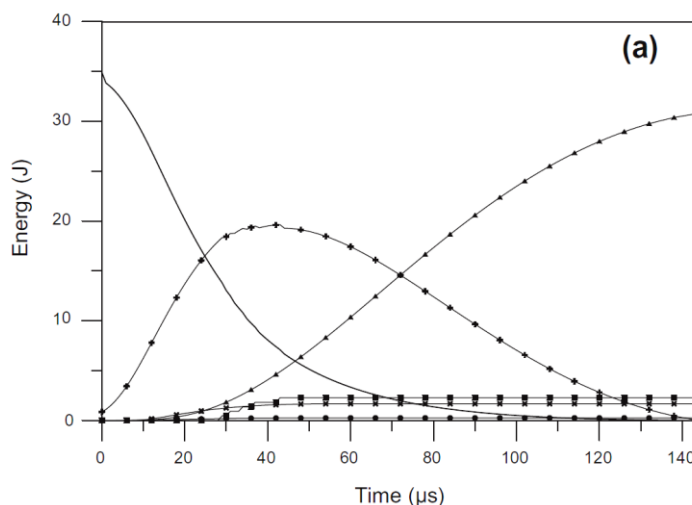


Figura 12 - Resultados apresentados por Pasquali et al. (2015) para os impactos simulados em *E-glass*. As energias mais influentes são a energia cinética do cone (linha com cruces) e a energia dissipada pela deformação de fibras secundárias (linha com triângulos)

Mamivand e Liaghat (2010) procuram no seu estudo determinar a influência de camadas de material compósito no valor do limite balístico. O seu modelo analítico era baseado na conservação de quantidade de movimento e teoria das ondas. O modelo analítico apresentado conseguia determinar com precisão o valor do limite balístico para alvos com várias camadas, e permitia também estudar a influência do afastamento de camadas nesse valor. Os investigadores relatam que o valor do limite balístico diminuía com o afastamento das camadas, porém descobriram que existe um valor máximo para esse afastamento a partir do qual o espaço entre camadas deixa de ter efeito no limite balístico.

Mohan e Velu (2014) apresentam um estudo do impacto balístico em alvos de fibras compósitas unidirecionais, nomeadamente em alvo de fibras *E-glass*. Baseando-se no modelo analítico apresentado por Naik et al. (2006), os autores fizeram as alterações necessárias para incluir no seu modelo o facto de o alvo ter as fibras direcionadas num só sentido e também para prever os limites balísticos de projéteis com diferentes formas. Nas suas conclusões os autores afirmam ter uma boa relação entre as previsões analíticas e os resultados experimentais. Informam ainda que a energia absorvida pelo alvo era diferente para cada formato de projétil, mantendo as condições do alvo e da energia cinética incidente do projétil, e que a área danificada pelo impacto variava com a velocidade: para velocidades abaixo do limite balístico a área afetada era menor do que para velocidade no limite balístico. No entanto para velocidades superiores o fenómeno torna-se mais localizado, reduzindo a área danificada.

3.1.3 Métodos Numéricos

Devido aos avanços computacionais observados recentemente, a integração de métodos computacionais nos modelos de estudos em investigação torna-se mais comum. Ambos os métodos, analíticos e numéricos, têm um papel importante no *design* de armaduras, uma vez que modelos analíticos simples promovem linhas de guia para simulações numéricas mais complexas. Os modelos numéricos permitem uma rápida visualização do fenómeno em estudo. Observa-se em alguns modelos a inclusão da deformação do projétil, algo que seria de difícil implementação nos modelos analíticos. O estudo do impacto balístico através de métodos numéricos é muitas vezes usado com o objetivo de preparar ou até substituir as experiências empíricas, tendo em conta que estas têm um custo elevado. Assim o estudo numérico de impactos balísticos serve como meio de observação não destrutiva do fenómeno (Silva et al. 2005; Mohotti et al. 2015).

Devido à versatilidade promovida pela interface dos *softwares* usados na modelação de métodos numéricos, existem várias abordagens ao problema do estudo de impacto balístico em materiais compósitos. O desenho da experiência está fortemente dependente do objetivo final.

Park et al. (2015) tentam na sua investigação estudar o comportamento e influência da fricção entre as fibras na resposta ao impacto balístico do painel. Para tal desenvolveram modelos idênticos que recriaram cada fibra e montaram as suas experiências numéricas cruzando cada uma das fibras desenhadas, o material utilizado nos ensaios foi o Kevlar®KM2 impregnado com *shear thickening fluid* (STF), que são fluidos cuja viscosidade aumenta com o aumento da taxa de deformação. Park et al. Testaram, recorrendo ao *software* LS-DYNA, várias camadas de tecido, desde uma camada apenas até testes com oito camadas. Porém os resultados reportados para uma e oito camadas apresentaram um erro considerável quando comparados com as experiências físicas realizadas pelos autores. Este erro, na opinião dos autores, é atribuído ao facto de a experiência não ter a capacidade de prever e contabilizar todos os mecanismos de dissipação de energia do painel.

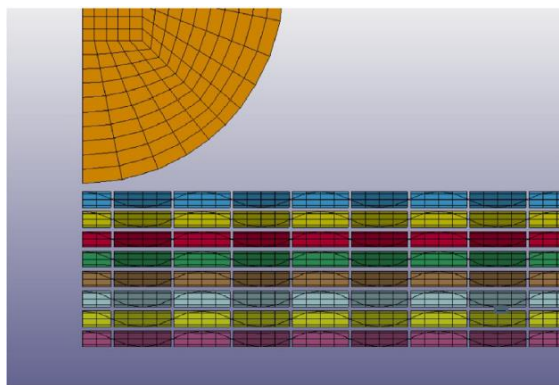


Figura 13 - Pormenores dos modelos numéricos desenvolvidos por Park et al. (2015)

No seu modelo, Silva et al. (2005) usaram testes reais, baseados na norma STANAG-2920, para entendimento e refinação do modelo numérico. O modelo final usado nas experiências numéricas contabilizava a deformação e perda de massa do projétil e do painel balístico, e foram feitos vários testes a diferentes velocidades com o objetivo de determinar o limite balístico V_{50} . Ao contrário do estudo apresentado anteriormente, neste não foram discriminadas as fibras do painel sendo este modelado como um bloco sólido. No final da sua investigação os autores reportam uma boa concordância entre as velocidades residuais e limites balísticos obtidos nos dois métodos, experimental e numérico.

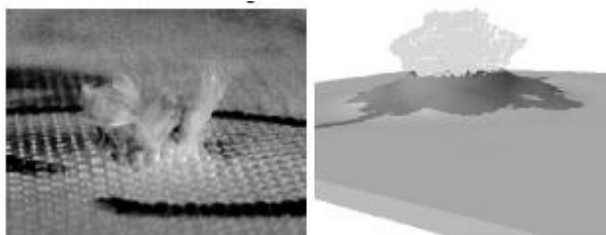


Figura 14 - Comparação de resultados entre experiência empírica e numérica (Silva et al. 2005)

3.1.4 Métodos Experimentais

Os métodos experimentais eram usados como a principal fonte de dados para validação de modelos analíticos e numéricos. Com a evolução do poder computacional, estes métodos começam a ver a sua utilização cada vez mais restringida, devido aos custos envolvidos, uma vez que no estudo de impacto balístico os ensaios são, normalmente, destrutivos. Assim a aplicação de métodos experimentais é feita após inúmeros testes numéricos e analíticos, como ferramenta de validação. O uso de ensaios empíricos tem a desvantagem de não devolver muita informação pormenorizada do evento, sendo difícil com estes ensaios determinar as energias de absorção dos mecanismos microscópicos como a fissuração da matriz.

Cantwell e Morton (1990) estudaram impactos de baixa e alta velocidade em plásticos reforçados com fibra de carbono. A experiência para estudo de impactos de baixa velocidade consistia em deixar cair livremente um projétil sobre o alvo. No estudo de impactos a alta velocidade usaram uma arma de gás de azoto para disparar o projétil. Os provetes impactados tinham a forma de uma barra e o seu comprimento era variado ao longo dos testes. Os investigadores concluíram que para impactos a alta velocidade o comprimento da barra era irrelevante uma vez que os efeitos do impacto eram localizados e não solicitavam toda a estrutura da barra. Também identificaram, recorrendo ao uso de microscópios óticos e *C-Scan* ultrassónico, mecanismos de absorção de energia como a fissuração da matriz, delaminação, fratura das fibras e encontraram a ocorrência de *shear plug*. A partir das experiências empíricas construíram um modelo analítico para prever a influência da espessura e comprimento do alvo na energia absorvida por este.

Apesar da existência de normas, como a NIJ Std 0101.06 e a STANAG 2920, que formalizam procedimentos para ensaios de painéis balísticos, muitos investigadores preferem desenvolver as suas próprias experiências de modo a que estas se adequem aos modelos numéricos e analíticos que desenvolvem.

Alguns modelos usam armas fixas num suporte a uma distância conhecida do painel e usam equipamentos de deteção do projétil antes e depois do alvo para medir a velocidade de impacto e a velocidade residual de saída, necessárias para calcular a energia cinética do projétil e a energia absorvida pelo painel (Mohotti et al. 2015; Morye et al. 2000; Silva et al. 2005; Amar et al. 2015).

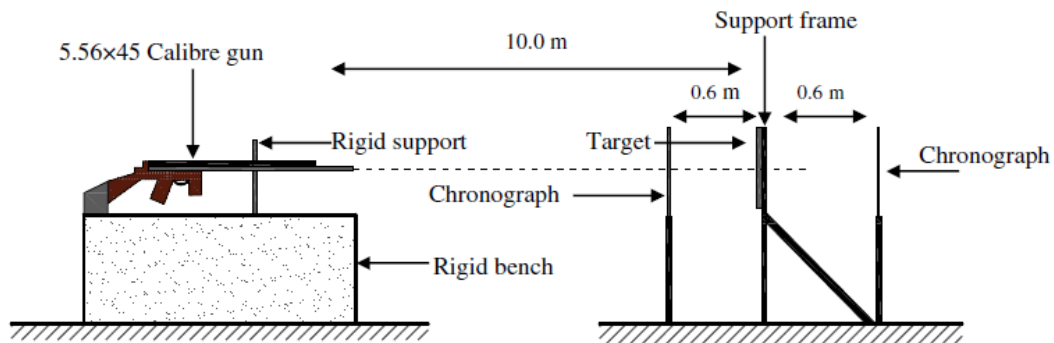


Figura 15 - Esquema de experiência com arma (Mohotti et al. 2015)

Outros investigadores recorrem a instrumentos laboratoriais como a arma de gás leve comprimido para impulsionar o projétil contra o painel balístico. Este tipo de abordagem requer que sejam feitas simplificações, impostas também pelos métodos analíticos e numéricos a elas associados, uma vez que não atingem velocidades de disparo idênticas às armas de fogo (Pasquali et al. 2015; Park et al. 2015)

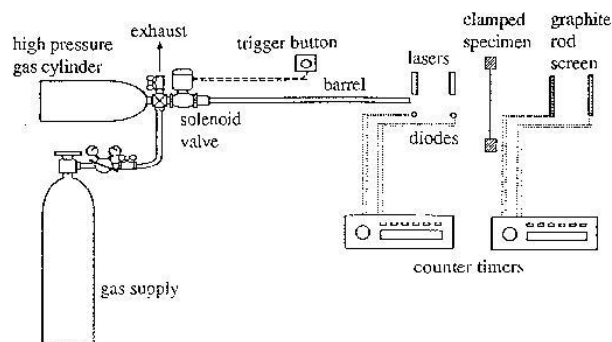


Figura 16 - Esquema de montagem de uma experiência usando um canhão de ar comprimido (Shim et al. 1995)

3.2 Considerações finais

Após a revisão bibliográfica feita, conclui-se que a escolha de modelos de análise e os elementos a serem considerados na análise está fortemente influenciada pelo objetivo final do estudo. Observa-se ainda que os diferentes materiais respondem de forma diferente ao impacto balístico, ou seja, os mecanismos de absorção de energia acionados nos painéis têm diferentes influências para os diferentes materiais.

Tendo em consideração as observações mencionadas, escolheu-se como abordagem mais promissora a criação de um modelo numérico baseado em modelos analíticos estudados neste estado da arte, para o estudo dos fenômenos presentes nos impactos balísticos em materiais compósitos. Esta escolha é baseada na dificuldade de realização de métodos experimentais capazes de devolver dados satisfatórios para serem usados na investigação.

Entendeu-se que, dos modelos analíticos estudados, os que demonstram ser os mais promissores de reproduzir os resultados mais aproximados com a realidade são os propostos por Naik e Shirao (2004); Naik et al. (2006) e Pasquali et al. (2015), uma vez que analisam o processo de forma iterativa, permitindo uma análise pormenorizada da evolução do fenômeno, e porque são os modelos que mais mecanismos de absorção incluem, e serão usados como base de suporte nesta dissertação, no próximo capítulo, para explicar os fenômenos ocorridos durante o impacto balístico.

4 Análise das Transferências de Energia em Impactos Balísticos

O estudo do impacto balístico inicia-se no instante em que o projétil entra em contacto com o alvo, ignorando as etapas percorridas na trajetória pelo projétil até esse instante. O objetivo final do estudo é observar, com base nas transferências de energia entre o projétil e o alvo, a variação de velocidade do projétil e os danos causados no alvo. Os mecanismos utilizados pelo alvo para absorver a energia do projétil dependem do tipo de material de que é feito. Durante o impacto a energia cinética do projétil será transferida e transformada em energias dissipadas pelo alvo, através de diferentes mecanismos que provocam danos e deformações, podendo ainda dar-se o caso de o próprio projétil dissipar parte da sua energia sob a forma de deformações elásticas e plásticas.

Neste capítulo serão apresentadas as energias envolvidas no impacto de um projétil num alvo, com base nos trabalhos publicados por Naik et al. (2006) e Pasquali et al. (2015), dando especial incidência a alvos de material compósito, mas fazendo uma referência a alvos cerâmicos. Será apresentado o balanço das energias, influenciado pelas condições iniciais do sistema, representadas pela energia cinética com que o projétil impacta o alvo, e pela reação deste último ao impacto.

4.1 Balanço de Energias

4.1.1 *Energia cinética do projétil*

Considerando que no instante do embate e durante o tempo em que a penetração decorre o sistema projétil-alvo é fechado, pode-se afirmar que a energia total presente no fenómeno de transferência de energias será a energia cinética do projétil no momento em que o contacto é realizado.

A energia cinética é dependente da massa inicial (m_p) e da velocidade incidente (V_{in}) do projétil.

$$E_0^{CP} = \frac{1}{2} m_p V_{in}^2 \quad (4)$$

A resistência que o alvo oferece ao avanço do projétil faz com que este abrande e perca velocidade, fazendo diminuir o valor da sua energia cinética. Adicionalmente pode dar-se o caso de o projétil perder massa por erosão, levando a que mais energia cinética seja dissipada. O caso de existir fragmentação do projétil será abordado com mais detalhe na secção 4.4.

4.1.2 Resultados de um Impacto Balístico

Um impacto balístico pode ter um dos seguintes três resultados:

- Perfuração onde o projétil atravessa o alvo e sai com uma velocidade não nula;
- Perfuração onde o projétil sai com velocidade nula;
- Penetração parcial, em que o projétil fica alojado no alvo e é incapaz de o perfurar.

Cada um destes resultados é dependente da capacidade de absorção de energia por parte do alvo e da velocidade incidente do projétil. A perfuração acontece quando a energia transportada pelo projétil é superior à energia que o alvo é capaz de absorver. Na perfuração com o projétil a sair com velocidade nula, a energia do projétil é completamente absorvida pelo alvo, porém este consegue ultrapassar todas as camadas e sair com velocidade nula; como visto anteriormente, este acontecimento particular é o que caracteriza o limite balístico V_0 . Na penetração parcial o projétil é incapaz de perfurar totalmente o alvo, sendo que toda a sua energia foi absorvida e o alvo não foi perfurado.

4.1.3 Equação de Equilíbrio de Energias

A energia cinética inicial do projétil será absorvida pelo alvo, provocando dano e deformações locais.

O equilíbrio de energia entre a energia inicial e a energia a ser absorvida pelo alvo dita que num dado instante de tempo a energia cinética inicial do projétil terá de ser igual à energia absorvida pelos mecanismos de deformação e dano do alvo mais a energia cinética do projétil nesse instante de tempo E_i^{CP} , como se pode ver na Equação (5). A energia cinética do projétil no instante i é calculada através da velocidade do projétil nesse instante. A energia E_i^{ABS} é a energia total absorvida pelo alvo no instante i . A Equação (6) mostra-nos a soma das energias absorvidas pelos mecanismos de absorção de energia presentes no alvo.

$$E_0^{CP} = E_i^{CP} + E_i^{CC} + E_i^{diss} \quad (5)$$

$$E_i^{diss} = E_i^{FP} + E_i^{FS} + E_i^{DL} + E_i^{FM} + E_i^{SP} \quad (6)$$

E_i^{FP}	Energia dissipada pela falha por tensão das fibras primárias
E_i^{FS}	Energia dissipada pela deformação das fibras secundárias
E_i^{DL}	Energia dissipada por delaminação
E_i^{FM}	Energia dissipada pela fissuração da matriz
E_i^{SP}	Energia dissipada por <i>shear plugging</i>
E_i^{CC}	Energia cinética dissipada pelo movimento do cone da face oposta

A partir da Equação (5) somos capazes de determinar a velocidade do projétil no próximo instante de tempo isolando a variável V_i :

$$\frac{1}{2} m_p V_0^2 = \frac{1}{2} m_p V_i^2 + \frac{1}{2} m_{ci} V_i^2 + E_{i-1}^{diss} \quad (7)$$

$$V_i = \sqrt{\frac{m_p V_0^2 - 2E_{(i-1)}^{diss}}{m_p + m_{ci}}} \quad (8)$$

V_i	Velocidade do projétil no instante i
$E_{(i-1)}^{diss}$	Soma das energias dissipadas pelos diferentes mecanismos
m_{ci}	Massa deslocada pelo impacto do projétil no instante i

4.2 Mecanismos de Absorção e Dissipação de Energia com Dano do Painel

4.2.1 Rotura das Fibras Primárias

As fibras primárias, como descrito anteriormente, são as fibras afetadas diretamente pelo projétil, sendo as primeiras a oferecerem resistência ao avanço do mesmo e ficando sujeitas a tensões superiores às que são impostas às fibras à sua volta (fibras secundárias). A rotura destas fibras dá-se quando a tensão a que estão sujeitas ultrapassa o limite da tensão de rotura. Este processo que leva à deformação e rotura das fibras primárias é responsável pela absorção de uma certa quantidade da energia cinética do projétil.



Figura 17 - Impacto balístico com rotura das fibras primárias(Silva et al. 2005)

Para se compreender melhor a forma como as fibras primárias absorvem energia é importante compreender o comportamento de uma fibra impactada transversalmente por um projétil. O impacto transversal de um projétil numa fibra origina ondas que se deslocam ao longo da fibra deformando-a fazendo com que o material seja puxado na direção do ponto de impacto. As ondas elástica (c_l^e) e plástica (c_l^p) originadas deslocam-se, respetivamente, com velocidade (Smith et al. 1958):

$$c_l^e = \sqrt{\frac{1}{\rho} \left(\frac{d\sigma}{d\varepsilon} \right)_{\varepsilon=0}} \quad c_l^p = \sqrt{\frac{1}{\rho} \left(\frac{d\sigma}{d\varepsilon} \right)_{\varepsilon=\varepsilon_p}} \quad (9)$$

sendo que a onda plástica é ligeiramente mais lenta que a elástica. Caso o material apresente linearidade na curva tensão-deformação para taxas de deformações elevadas, a velocidade das

duas ondas é igual. Após a passagem da onda plástica o material é deformando e puxado para o ponto de impacto, deslocando-se transversalmente com uma velocidade (Smith et al. 1958):

$$c_t = \sqrt{\frac{(1 + \varepsilon_p)\sigma_p}{\rho}} - \int_0^{\varepsilon_p} \sqrt{\frac{1}{\rho} \left(\frac{d\sigma}{d\varepsilon} \right)} d\varepsilon \quad (10)$$

Estas ondas propagam-se a partir do perímetro do projétil, local onde a tensão a que a fibra está sujeita é maior. A tensão será atenuada à medida que a onda se propaga até ser igual a zero nos limites da área afetada pelo impacto. A posição das ondas em cada instante de tempo i é determinada multiplicando a sua velocidade pelo tempo decorrido (Parga-Landa e Hernández-Olivares 1995; Naik et al. 2006; Smith et al. 1958).

$$r_{ti} = c_t \Delta t \quad (11)$$

$$r_{pi} = c_p \Delta t \quad (12)$$

Sendo que:

r_{ti} Distância percorrida pela onda transversa

r_{pi} Distância percorrida pela onda plástica

Δt Intervalo de tempo

A energia absorvida por uma fibra sujeita a um carregamento transversal é dependente da sua elongação, calculada pela Equação (13) em relação à deformação no ponto de impacto ε_0 , e tendo em conta as atenuações sofridas pelas ondas, segue a seguinte relação

$$\varepsilon(x) = \varepsilon_0 b^{x/a} \quad (13)$$

considerando que x é a distância ao perímetro do projétil, a é a secção transversal da fibra e b é um fator de transmissão relativo à atenuação da tensão e é dependente do material.

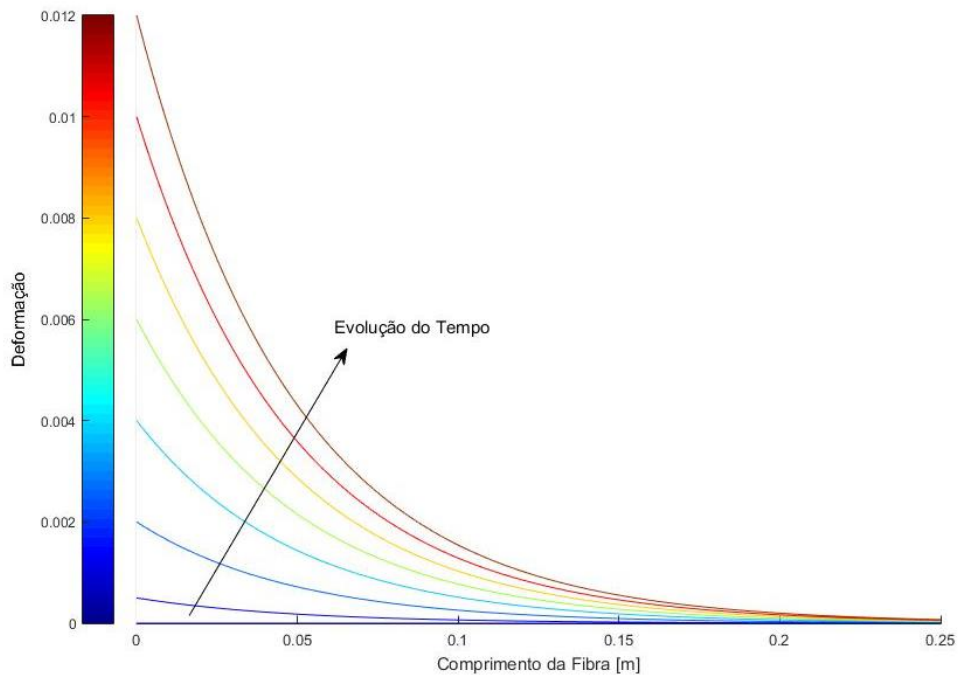


Figura 18 - Variação da deformação de metade da fibra ao longo do seu comprimento para diferentes deformações no ponto de impacto (ε_0).

A Figura 18 é uma representação gráfica da Equação (13) e mostra a variação da deformação de uma fibra ao longo do seu comprimento. Cada uma das curvas desenhadas representa a deformação da fibra num dado instante de tempo. O aumento da deformação do ponto O, com $(x, y) = 0$, provoca aumentos de deformações no restante comprimento da fibra até que a rotura ocorre. A partir deste instante a fibra não absorve mais energia por deformação. Como se pode deduzir pelo gráfico, a rotura acontecerá em $x = 0$, uma vez que é o ponto em que a deformação é maior, em qualquer instante de tempo.

O estado de deformação do ponto O, com $(x, y) = 0$, é dado pela Equação (14)

$$\varepsilon_{0i} = \frac{d/2 + \sqrt{(r_{ti} - d/2)^2 + h_i^2} - r_{ti}}{a(b^{l_i/a} - 1)} \ln(b) \quad (14)$$

Sendo d o diâmetro do projétil, e a elongação da fibra, l_i , é atualizada em cada instante de tempo recorrendo à Equação (15) :

$$l_i = d/2 + \sqrt{(r_{ti} - d/2)^2 + h_i^2} + (r_{pi} - r_{ti}) \quad (15)$$

e o deslocamento do projétil e do alvo h_i é calculado com a Equação (16)

$$h_i = V_{i-1}\Delta t - dc_i\Delta t^2 \quad (16)$$

a desaceleração dc_i é obtida pela diferença de velocidades entre dois instantes de tempo.

A deformação do ponto de impacto das fibras paralelas à que passa pelo ponto O vai diminuindo à medida que nos afastamos do centro. Essa variação é dada pela relação em (17).

$$\varepsilon_{0i}(y) = \varepsilon_{0i} \left[\frac{4}{d^2} (\alpha - 1)y^2 + 1 \right] \quad (17)$$

Em que:

$\varepsilon_{0i}(y)$	Deformação da fibra num ponto sob o eixo Oy
ε_{0i}	Deformação da fibra no ponto O
α	Rácio de deformação entre as fibras primárias e secundárias
y	Coordenada y

Quando consideramos um elemento infinitesimal de comprimento da fibra dx e sendo A a área da sua secção, sabemos que a energia absorvida por esse elemento deformado até ε será,

$$Energia = A dx \int_0^{\varepsilon(x)} \sigma d\varepsilon \quad (18)$$

com $\sigma = \sigma(\varepsilon)$. Integrando a Equação (18) entre o ponto de impacto $(x, y) = 0$ e a distância percorrida pela onda transversa r_{ti} , obtém-se que a energia absorvida na rotura de uma fibra primária será igual a:

$$e_{FP} = 2A \int_0^{r_{ti}} \int_{\varepsilon=0}^{\varepsilon(x)=\varepsilon_{0i}b^{x/a}} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon dx \quad (19)$$

A energia dissipada por fratura das fibras primárias será resultante da multiplicação da energia dissipada por rotura de uma fibra primária (e_{FP}) pelo número de fibras primárias que atingem o ponto de rotura em cada instante de tempo i (N_i^{FP}). Fazendo uma aproximação, podemos dizer que as fibras primárias de uma camada rompem todas ao mesmo tempo (Pasquali et al. 2015; Naik et al. 2006),

$$E_i^{FP} = N_i^{FP} e_{FP} \quad (20)$$

4.2.2 Deformação das Fibras Secundárias

As fibras secundárias são fibras que contribuem para a absorção da energia do impacto, apesar de não terem sido diretamente afetadas. A distância total percorrida pela onda transversa delimita a área afetada pelo impacto. Dessa região fazem parte as fibras primárias e secundárias.

As deformações a que as fibras secundárias estão sujeitas variam à medida que nos afastamos do ponto de impacto. As que estão na fronteira com o ponto de entrada do projétil sofrem uma deformação igual à das fibras primárias presentes nessa fronteira. A deformação vai diminuindo até atingir um valor nulo no raio máximo atingido pela onda transversa r_{ti} . Essa variação de deformação pode-se assumir linear (Morye et al. 2000).

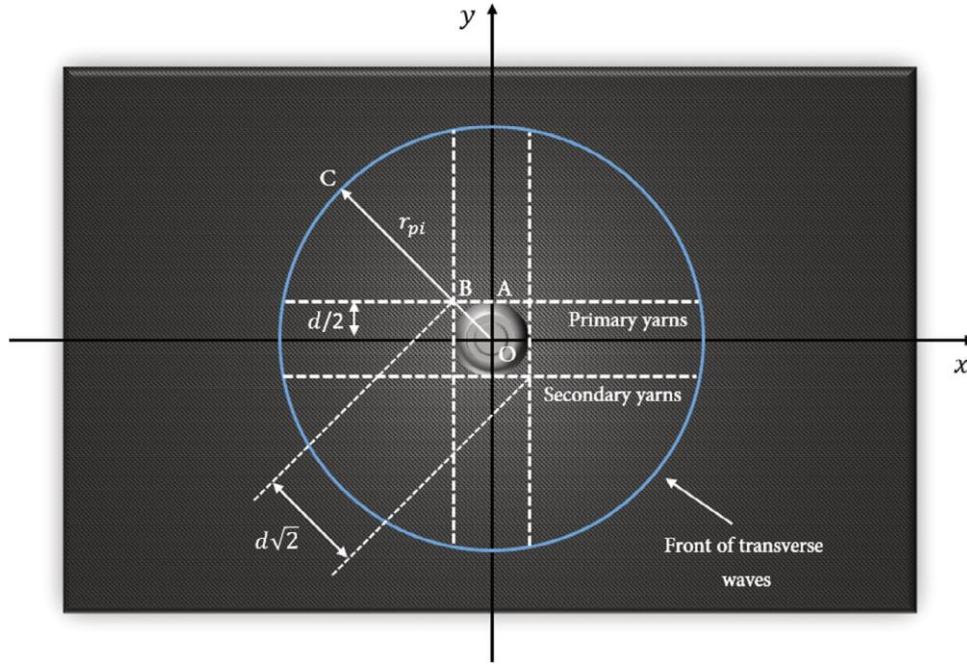


Figura 19 - Esquema da área afetada pelo impacto balístico (Pasquali et al. 2015).

A energia cinética do projétil transferida para as fibras secundárias será absorvida sob a forma de energia elástica.

Por observação da Figura 19 consegue-se perceber que a área coberta pelas fibras secundárias se compreende entre a circunferência que passa pelo ponto B e a circunferência que contém o ponto percorrido pela onda transversa num dado instante de tempo i . A variação da deformação das fibras secundárias (ε_{FS}) tem as seguintes condições fronteira:

para $r = d/\sqrt{2}$, $\varepsilon_{FS} = \varepsilon_{Bi}$;

para $r = r_{ti}$, $\varepsilon_{FS} = 0$;

resultando em que a variação da deformação em função do raio seja igual a:

$$\varepsilon(r)_i = \frac{\sqrt{2}\varepsilon_{Bi}}{\sqrt{2}r_{ti} - d} (r_{ti} - r) \quad (21)$$

A deformação do ponto B (ε_{Bi}) da Figura 19 é obtida sabendo a deformação do ponto A, através da aplicação da Equação (13), com $\varepsilon_0 = \varepsilon_A$ e $x = d/2$. A deformação do ponto A é obtida através da Equação (17) que calcula a variação da deformação dos pontos das fibras primárias sob o eixo Oy.

A energia dissipada por deformação das fibras secundárias será igual a,

$$E_i^{FS} = \int_V \int_0^{\varepsilon(r)} \sigma(r) d\varepsilon dV \quad (22)$$

Considerando o volume infinitesimal, dV , da região anelar $r + dr$, com profundidade h podemos fazer a mudança de variável,

$$dV = [2\pi r - 8 \sin^{-1}(d/2r)] h dr \quad (23)$$

Onde $2\pi r$ dá-nos um arco completo ao qual é subtraída a área referente às fibras primárias $8 \sin^{-1}(d/2r)$, substituindo na Equação (20) obtém-se a fórmula final,

$$E_i^{FS} = \int_{d/\sqrt{2}}^{r_{ti}} \int_0^{\varepsilon(r)} \sigma(r) [2\pi r - 8 \sin^{-1}(d/2r)] h dr d\varepsilon \quad (24)$$

4.2.3 Fissuração da Matriz

A fissuração da matriz acontece devido às variações de tensão e deformação aplicadas pela propagação das ondas de tensão originadas no impacto, nas zonas em que a deformação ultrapassa um limite específico, ε^{FM} . A matriz começa a sofrer dano sob a forma de pequenas fissuras que se propagam, fazendo com que o compósito perca resistência interlaminar, iniciando outros mecanismos de dano como a delaminação. Num impacto balístico, estes mecanismos de absorção precedem os mecanismos de dano nas fibras devido ao facto de a resina normalmente ter piores propriedades mecânicas de resistência do que as fibras. A Figura 20 apresenta a evolução da área afetada, para dois instantes de tempo distintos.

A energia dissipada por fissuração da matriz é dependente da percentagem da área afetada (X^{FM}), da energia dissipada por fissuração por unidade de volume (e^{FM}), a fração volúmica da matriz (V_m), do fator A_{nc} que se refere à anisotropia do alvo e da variação do raio da área danificada (r_i^{FM}).

$$\Delta E_i^{FM} = X^{FM} e^{FM} V_m A_{nc} \pi [(r_i^{FM})^2 - (r_{i-1}^{FM})^2] \quad (25)$$

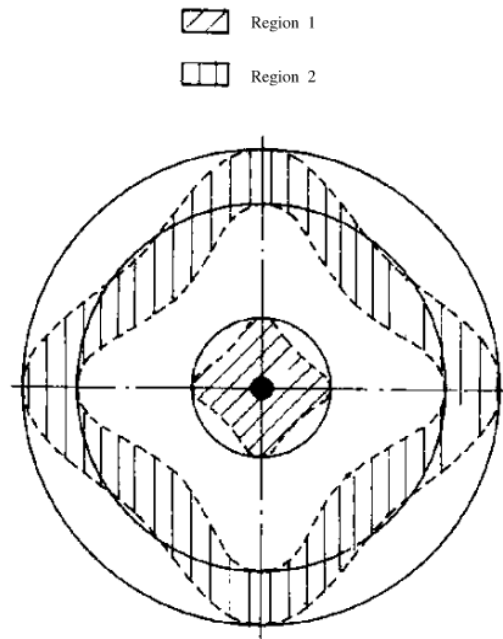


Figura 20 - Área afetada por delaminação e fissuração da matriz observada experimentalmente por Naik et al. (2006). A região 1 mostra a área danificada no primeiro instante de tempo e a região 2 a área danificada num instante de tempo genérico i .

4.2.4 Delaminação

O fenómeno da separação das camadas do compósito é uma consequência da fissuração da matriz. As microfissuras causadas na matriz reduzem a sua resistência interlaminar. À medida que a tensão de corte aumenta, as microfissuras propagam-se e coalescem, formando fissuras maiores, como se pode ver no esquema da Figura 21.

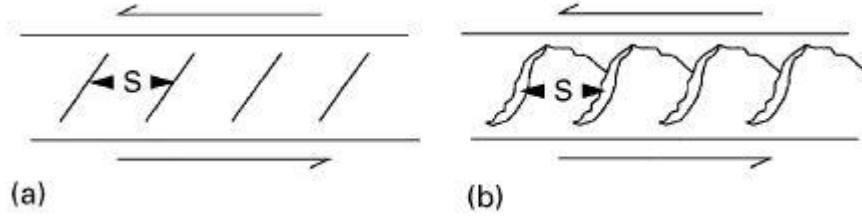
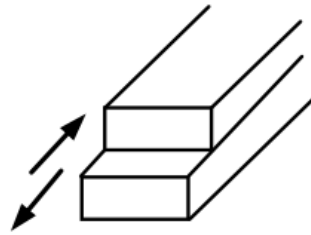


Figura 21 - Evolução das microfissuras em delaminação tipo II, (a) microfissuras isoladas, (b) propagação das microfissuras leva a que estas aumentem de tamanho (Lee 1995)

A delaminação causada por impacto de um projétil a alta velocidade é do modo II, querendo isto dizer que a separação é feita por deslizamento entre lâminas. À semelhança da fissuração da matriz, a delaminação ocorre quando uma deformação, ε^{DL} , é atingida.



Mode II

Figura 22 - Esquema demonstrando delaminação no modo II (Benzerga et al. 2014)

A energia dissipada por delaminação é dependente da percentagem da área afetada por delaminação (X^{DL}), da quantidade de energia liberta por delaminação em modo II (G_{II}), do fator de anisotropia e do raio da área afetada (r_i^{DL}).

$$\Delta E_i^{DL} = X^{DL} G_{II} A_{nc} \pi [(r_i^{DL})^2 - (r_{i-1}^{DL})^2] \quad (26)$$

Por motivos de simplificação, muitos modelos analíticos consideram $r_i^{DL} = r_i^{FM}$, ou seja, considera-se que os fenómenos de delaminação das camadas do compósito e a fissuração da matriz acontecem ao mesmo tempo (Pasquali et al. 2015; Naik e Shrirao 2004).

$$r_i^{DL} = r_i^{FM} = \log_b \left(\frac{\varepsilon^{DL \text{ ou } FM}}{\varepsilon_{0i}} \right)^a \quad (27)$$

4.2.5 Shear Plugging

Ao ser impactado por um projétil, o material vai ser comprimido ao longo da sua espessura, o que cria uma onda de compressão seguida de uma onda de tensão submetendo o alvo a tensões de corte no perímetro do projétil. À medida que a força de contacto aumenta, essas tensões aumentam segundo a Equação (29). Ao atingir o limite de tensão de cisalhamento, as fibras cedem à penetração do projétil sendo arrancadas e acompanhando o avanço do projétil através

das várias camadas do material. A Equação (28) permite obter a velocidade de propagação da onda de tensão que percorre a espessura do alvo.

$$c_i^\tau = \sqrt{\frac{G_i}{\rho}} \quad (28)$$

$$\tau_i = \frac{F_i}{\pi d c_i^\tau \Delta t} \quad (29)$$

Com:

c_i^τ Velocidade de propagação da onda de tensão ao longo da espessura do alvo

G_i Módulo de rigidez do material

τ_i Tensão aplicada pela ponta do projétil

F_i Força aplicada pelo projétil

A força F_i é calculada multiplicando a massa do projétil com a desaceleração sofrida por este em cada instante de tempo, $F_i = m_p dc_i$.

O resultado final será uma espécie de tampão que acompanha o avanço do projétil. O *shear plugging* acontece enquanto a força de contacto F_i causa uma tensão superior à tensão limite (τ^{SP}). A partir do momento em que essa força baixa para valores inferiores as ondas de tensão criadas serão de valor inferior à tensão limite. No entanto o *shear plug* continua a acontecer até que as ondas de tensão que atravessam o alvo com $\tau = \tau_i$ atinjam a face oposta ao impacto.

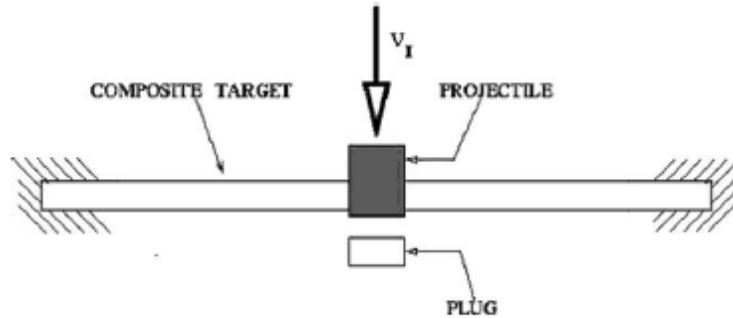


Figura 23 - Esquema demonstrativo da formação do tampão durante o *shear plug* (Naik e Shrirao 2004)

Este mecanismo manifesta-se camada a camada à medida que o projétil penetra no alvo, sendo a energia dissipada associada calculada com base no número de camadas afetadas (η^{SP}). Esse número de camadas afetadas é, por sua vez, calculado através do número inteiro da divisão da energia dissipada num intervalo de tempo ($\Delta \bar{E}^{SP}$) pela energia necessária para uma camada ceder por *shear plug* (E^{SP}).

$$\Delta \bar{E}^{SP} = \tau^{SP} \pi d (c^{\tau^{SP}} \Delta t)^2 \quad (30)$$

Sendo $c^{\tau^{SP}}$ a velocidade de propagação da onda de tensão de corte na direção da espessura do alvo e Δt o *time step* do algoritmo.

$$E^{SP} = \tau^{SP} \pi d h_c^2 \quad (31)$$

A espessura de uma camada é dada por h_c .

A energia total dissipada por *shear plug* será então dada pela soma da energia dissipada a cada instante de tempo i ,

$$E_i^{SP} = \eta_i^{SP} E^{SP} \quad (32)$$

O estudo feito por Mohan e Velu (2014) sobre o comportamento de alvo com fibras unidirecionais a impactos balísticos faz notar que este fenómeno só foi verificado para projéteis com a face plana. Projeteis cónicos ou hemisféricos não causam o aparecimento de *shear plug*, já que a penetração deste tipo de projéteis, em painéis unidirecionais, é feita por alargamento elasto-plástico do orifício criado pelo impacto.

4.3 Outros Mecanismos de Absorção

4.3.1 Deslocamento do Cone da Face Oposta

A criação de ondas transversa e longitudinais por parte do projétil no momento do impacto vai provocar o deslocamento de material do alvo na direção de movimento do projétil. A onda transversa é responsável por puxar material em direção ao ponto de impacto originando o aparecimento de um cone na face oposta ao impacto. O movimento dessa porção de material tem a si associada uma energia cinética que foi imposta pelo projétil, fazendo com que o projétil perca alguma da sua energia cinética.

A massa do cone formado em cada instante (m_{ci}) será dependente do avanço da onda transversa no alvo. Recorrendo ao trabalho desenvolvido por Smith et al. (1958) conseguimos saber a velocidade com que essa onda se desloca no alvo. Se essa velocidade for multiplicada pelo intervalo de tempo obtém-se a distância a que a onda transversa se encontra do ponto de impacto, ou seja, o raio da base do cone no instante i . A obtenção da massa do cone a cada instante será

$$m_{ci} = \rho \pi h r_{ti}^2 \quad (33)$$

e a energia cinética do cone será,

$$E_i^{cc} = \frac{1}{2} m_{ci} V_i^2 \quad (34)$$

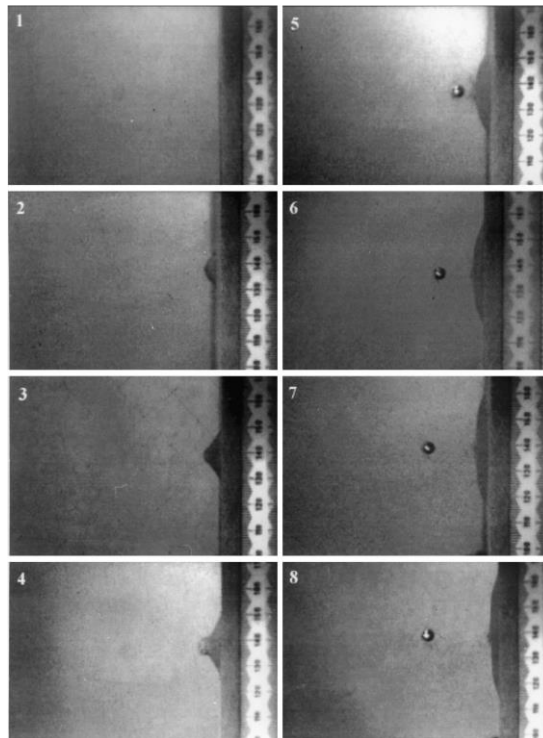


Figura 24 - Evolução do cone formado na face oposta observado por Morye et al. (2000)

4.3.2 Atritos

As forças de atrito estão presentes durante todo o processo de penetração e saída completa do projétil, após todas as camadas terem sido perfuradas, sendo mais influentes nos estágios finais do evento, quando a velocidade de penetração é mais baixa.

O contacto do projétil, e eventualmente do *plug* no caso de existir, com as paredes do buraco formado pelo impacto gera resistência ao seu avanço sob a forma de fricção. Essa fricção, além de retirar energia ao projétil, vai também provocar um aumento de temperatura local e consequente geração de energia sob a forma de calor. Tudo isto implica uma perda de energia no projétil e, consequentemente, resulta numa perda de velocidade.

Naik e Doshi (2008) recorrem a experiências de penetração quase estática para fazer uma estimativa da energia dissipada por fricção. Os autores utilizam o trabalho realizado pelo penetrador para perfurar o alvo para calcular a energia dissipada por fricção.

4.4 Projétil

A resistência oferecida pelo alvo no impacto do projétil pode levar a que este se deforme, ativando mecanismos de dissipação de energia presentes no próprio projétil. O projétil utiliza duas formas de dissipar a sua própria energia cinética quando este encontra resistência suficiente para tal acontecer, a erosão e a deformação.

4.4.1 Erosão

A erosão é o fenómeno de perda de massa do projétil. Quando a velocidade da interface do impacto projétil-alvo é maior do que a velocidade da onda plástica que percorre o projétil, esta não consegue afastar-se da ponta do projétil. Enquanto a velocidade do projétil for superior à velocidade de propagação da onda plástica acontecerá erosão reduzindo a massa total do projétil. Essa massa é extraída devido à pressão na ponta do projétil, que faz com que a temperatura aumente, desintegrando e derretendo pequenas porções do projétil.

A perda de massa do projétil é encontrada usando a expressão

$$dm_e^p = m_p \left(1 - \frac{L}{L_{ei}} \right) \quad (35)$$

em que L é o comprimento do projétil antes do impacto e L_{ei} o comprimento no instante i do projétil. Esta perda de massa leva a uma perda de energia cinética do projétil e consequente perda de velocidade. A energia total perdida por erosão será a diferença de energias cinéticas do projétil entre o instante de impacto e o instante em que a erosão acaba (Naik et al. 2013).

4.4.2 Deformação

Quando o projétil abrandar para velocidades inferiores à velocidade de propagação da onda plástica, a erosão deixa de existir dando lugar ao aparecimento de deformações na ponta do projétil. A ponta do projétil começa a aumentar de diâmetro, e, no caso de atingir 1.25 vezes o seu tamanho original, poderá voltar a acontecer perda de massa por cisalhamento de material (Naik et al. 2013).

A deformação da ponta do projétil acontece enquanto uma onda elástica, com velocidade superior à onda plástica, percorre todo o comprimento do projétil, provocando o aumento das tensões locais na superfície do mesmo. Quando esta onda atinge o lado livre do projétil reflete e volta a descer ao longo do comprimento deste, aliviando as tensões anteriormente aplicadas, até encontrar a onda plástica, parando o processo de deformação do projétil. A nova zona de interface projétil-alvo será a posição de encontro destas duas ondas (Naik et al. 2013). Na Figura

25 está esquematizado o caso em que a deformação da ponta do projétil ultrapassa 1.25 vezes o seu diâmetro original (dP).

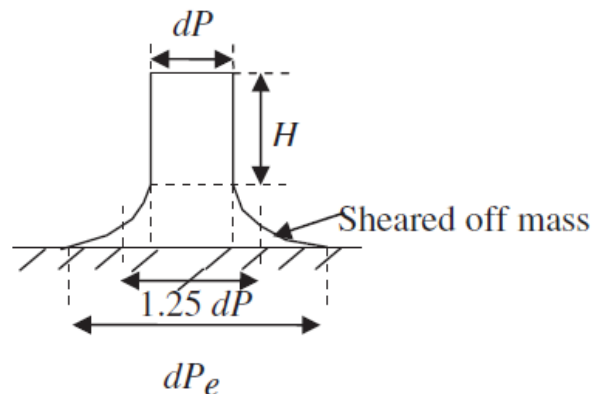


Figura 25 - Deformação do projétil (Naik et al. 2013)

4.5 Mecanismos de Absorção e Dissipação de Energia em Materiais Cerâmicos

À semelhança do que acontece nos materiais compósitos, também os materiais cerâmicos fazem uso de mecanismos que ajudam à absorção de energia quando impactados a altas velocidades por um projétil. De facto, é possível traçar um paralelismo entre os mecanismos presentes num tipo de material e no outro. Nesta dissertação não será feita uma análise detalhada dos mecanismos presentes nos cerâmicos, que pode ser encontrada no trabalho de Woodward et al. (1994), Zaera e Sánchez-Gálvez (1998), Fawaz et al. (2004) e Naik et al. (2013).

Nos cerâmicos os principais mecanismos de absorção de energia são a compressão de material na zona diretamente atingida pelo projétil, compressão da zona envolvente ao local de impacto, formação de fissuras radiais e anelares conduzindo à quebra por tensão de rotura, *shear plugging*, pulverização e geração de calor.

Observa-se também nos cerâmicos o aparecimento de ondas de deformação, que acontece quando estes são impactados a alta velocidade, fazendo com que as regiões atingidas por essas ondas sejam afetadas pelo impacto. As zonas diretamente por baixo do impacto (região 1) e a envolvente afetada pela propagação das ondas (região 2) sofrem uma compressão que, se passar o valor limite da resistência do cerâmico, resulta na rotura de ambas as regiões (ver Figura 26). À medida que o impacto se desenvolve, tensões de cisalhamento são geradas dentro do cerâmico na zona à volta do impacto. A compressão da região 1 leva ao aparecimento das fissuras radiais e anelares à volta desta região. Todos estes mecanismos se vão desenvolvendo resultando na quebra do cerâmico, a tal ponto que a dada altura forma-se um granulado sob o projétil, que se transforma em pó. Ao transformar-se em pó, o cerâmico aumenta a sua resistência de compressão o que se traduz num aumento da resistência oferecida pelo alvo ao avanço do projétil, fazendo abrandar ainda mais o projétil (Naik et al. 2013).

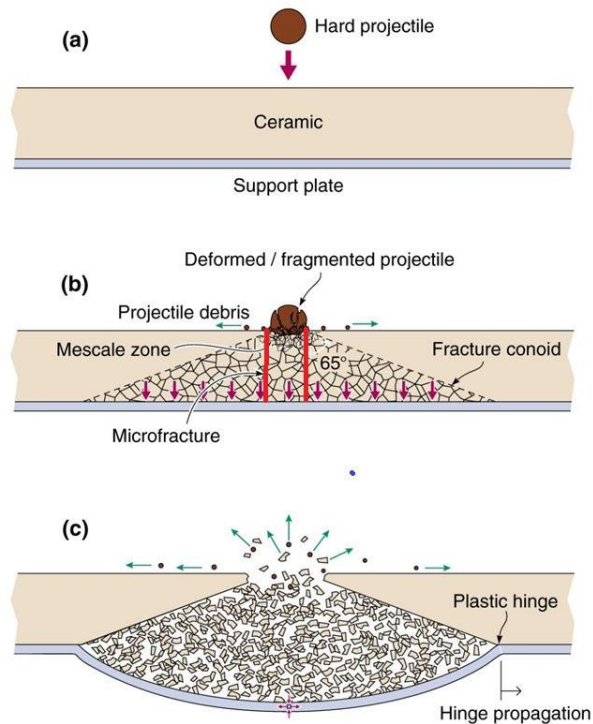


Figura 26 - Impacto balístico num cerâmico. A vermelho encontram-se realçados os limites da região 1, sendo o restante volume afetado a região 2 ("Wadley Research Group - UVA" 2016)

Todos estes mecanismos de dano do cerâmico fazem com que a energia cinética do projétil vá diminuindo ao longo do tempo, uma vez que oferecem resistência ao seu avanço, absorvendo energia e causando uma diminuição na sua velocidade, podendo haver também perda de massa do projétil.

Concluindo, os cerâmicos são altamente eficazes na proteção balística, mas devido ao seu tamanho e peso, o seu uso está reservado a situações especiais. Além disso, devido ao dano que sofrem num só impacto balístico, apresentam o problema de aguentarem um número limitado de impactos antes de se tornarem pouco ou nada eficazes contra impactos a alta velocidade.

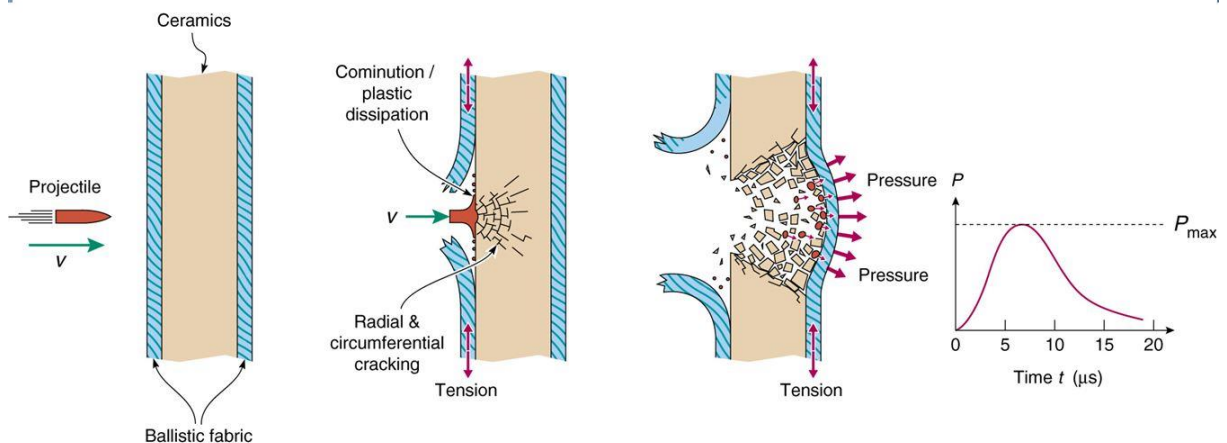


Figura 27 - Impacto balístico num alvo cerâmico ("Wadley Research Group - UVA" 2016).

5 Modelo Computacional de Impactos Balísticos

A implementação numérica de um modelo de estudo só é possível após um estudo analítico do problema. Tendo o capítulo anterior servido o objetivo de explicar e demonstrar o estudo feito, serve este novo capítulo para fazer a apresentação do modelo numérico implementado.

Inicia-se o presente capítulo com a apresentação de um fluxograma que demonstra sucintamente todo o processo que o algoritmo terá de efetuar para calcular as energias envolvidas num impacto balístico. A partir do fluxograma apresentado será feita uma descrição mais detalhada de cada etapa executada pelo algoritmo. Por fim será feita uma comparação entre os resultados obtidos através do algoritmo implementado e a literatura consultada, por forma a validar o próprio algoritmo para uso futuro.

5.1 Implementação do Modelo Numérico

A partir do modelo analítico apresentado no capítulo 4, foi tomada a decisão de fazer a sua implementação numérica através da utilização do *software* MATLAB®. O algoritmo implementado tem por base o método apresentado por Pasquali et al. (2015). As alterações feitas ao modelo visam facilitar a sua implementação no *software* e adaptar os resultados devolvidos pelo algoritmo. O algoritmo está otimizado para materiais compósitos que apresentam linearidade na curva tensão – deformação para altas taxas de deformação. À semelhança dos artigos estudados, na implementação deste algoritmo também se considera que o projétil tem a ponta plana e é perfeitamente rígido e indeformável.

Na Figura 28 é apresentado o fluxograma que descreve o processo de cálculo. Os dados de entrada são dados relativos às propriedades físicas do projétil e do alvo e são o ponto de partida de todo o processo. No bloco da análise o algoritmo calcula ciclicamente, para cada instante de tempo, todas as energias dissipadas pelo alvo, até que as condições de paragem sejam respeitadas, e devolve os resultados finais da análise do impacto.

Com o presente algoritmo procura-se analisar os efeitos do impacto balístico num alvo de material compósito dada uma certa velocidade inicial do projétil V_0 . Os resultados que se procuram obter com a implementação do algoritmo são a velocidade de saída do projétil, no caso de o alvo ser perfurado, a penetração do projétil, no caso de o alvo conseguir parar o projétil, a área deformada, conseguida através do cálculo da distância atingida pela onda transversa, a energia total absorvida pelo alvo e a importância de cada mecanismo de dissipação/absorção de energia do alvo, avaliado a partir do cálculo das energias dissipadas por cada um dos mecanismos.

Devido à complexidade de alguns fenómenos presentes num impacto balístico, optou-se por implementar apenas os seguintes mecanismos de absorção de energia: a energia dissipada pela rotura das fibras primárias, deformação das fibras secundárias, a energia cinética do cone e as energias de dissipação por delaminação e fissuração da matriz. Esta decisão teve também em consideração o tempo limitado para o desenvolvimento e afinação do algoritmo numérico, bem como para a obtenção e análise de resultados. Assim sendo, o algoritmo aqui apresentado será

uma versão simplificada dos cálculos apresentados no Capítulo 4, e o pode ser consultado no Anexo A.

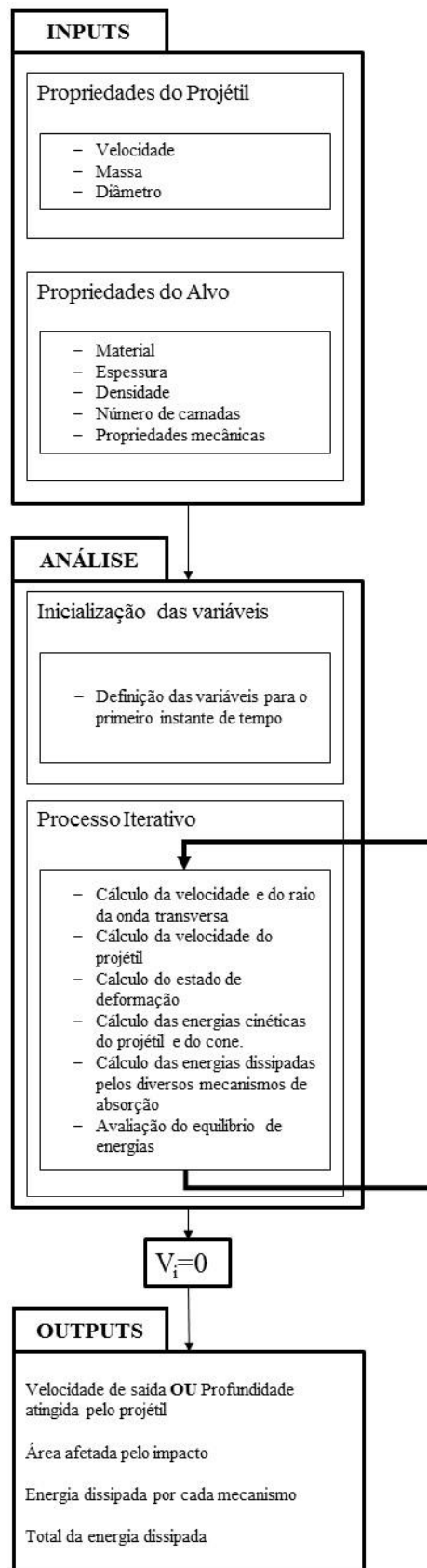


Figura 28 - Fluxograma do processo iterativo para cálculo das energias dissipadas num impacto balístico

5.1.1 Variáveis de Entrada

Antes de se iniciar todo o processo é necessário recolher informações sobre o projétil e o alvo. A Tabela 5 e a Tabela 6, apresentam os dados de entrada necessários para a execução do algoritmo.

Tabela 5 - *Inputs* do projétil

Projétil		
Dado	Símbolo	Unidade S.I.
Diâmetro	d	m
Massa	m_p	kg
Velocidade de impacto	V_0	m/s

Tabela 6 - *Inputs* do alvo

Alvo		
Dado	Símbolo	Unidade S.I.
Densidade	ρ	kg/m ³
Espessura	h	m
Número de camadas	N	—
Módulo de Young	E	GPa
Tensão de rotura	σ_r	MPa
Deformação na rotura	ε_r	%
Módulo de rigidez	G	GPa
Tensão de corte	τ^{SP}	MPa
Deformação de corte	ε^{SP}	%
Taxa crítica de libertação de energia	G_{II}	J/m ²
Deformação limite para fissuração	ε^{FM}	%
Taxa de libertação de energia por fissuração	e^{FM}	J/m ³
Fator de anisotropia	S	—
Fator de transmissão	b	—
Diâmetro da fibra	a	m
Relação de deformação entre fibras primárias e secundárias	α	%
<i>Time step</i>	Δt	s

5.1.2 Bloco de Análise

O bloco de análise é o corpo do algoritmo. É onde o algoritmo utiliza os dados de entrada para executar tarefas programadas com a finalidade de calcular as energias de absorção. Nesta secção serão apresentados os passos que o algoritmo executa para calcular as energias absorvidas, para isso serão usadas as equações apresentadas no Capítulo 4.

Inicialização das variáveis

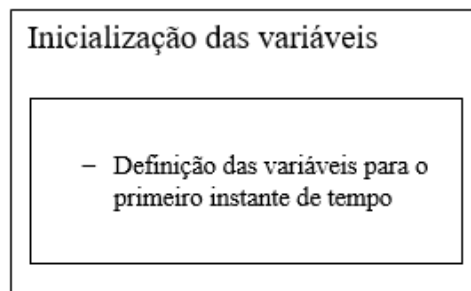


Figura 29 – Bloco de iniciação do processo iterativo do algoritmo

Neste bloco são definidos os estados das variáveis no primeiro instante de tempo.

Para esta primeira iteração assume-se que o projétil de forma cilíndrica está encostado ao alvo, mas ainda sem existirem transferências de energia. O projétil encontra-se ainda com toda a sua energia cinética. No instante seguinte assume-se que o projétil já entrou em contacto com o alvo, sendo que a área afetada neste instante é apenas a porção que se encontra delimitada pelo diâmetro do projétil. No fim deste instante considera-se que o alvo se começa a deslocar e ganha instantaneamente a velocidade de impacto do projétil.

Etapas do ciclo iterativo:

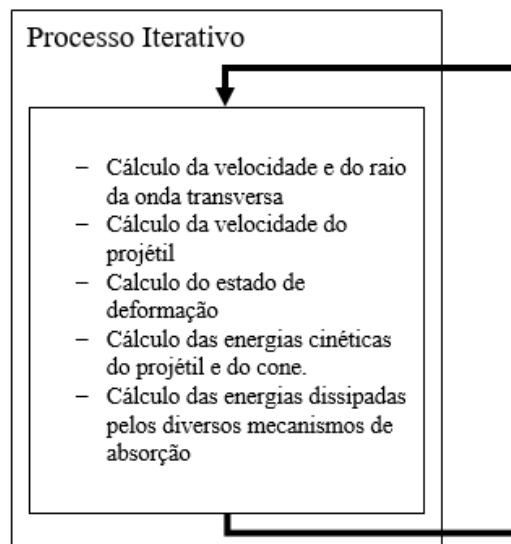


Figura 30 - Esquema do processo iterativo realizado pelo algoritmo

– Cálculo do raio da onda transversa

Usando a deformação do ponto O da interação anterior como limite superior do integral em:

$$c_t = \sqrt{\frac{(1 + \varepsilon_p)\sigma_p}{\rho}} - \int_0^{\varepsilon_p} \sqrt{\frac{1}{\rho} \left(\frac{d\sigma}{d\varepsilon} \right)} d\varepsilon \quad (10)$$

Determina-se a velocidade da onda, que multiplicando pelo *time step* Δt , nos permite obter o raio da onda transversa.

– Cálculo da velocidade

A energia absorvida no instante $i - 1$ é usada em

$$V_i = \sqrt{\frac{m_p V_0^2 - 2E_{(i-1)}^{diss}}{m_p + m_{ci}}} \quad (8)$$

para calcular a velocidade do estado i . De notar que esta equação vem do equilíbrio de energias, fazendo com que a contribuição do deslocamento do cone seja desde já contabilizada no total de energia absorvida.

– Cálculo do estado de deformação

A deformação do instante i é calculada recorrendo a r_{ti} , h_i e l_i , já calculados e aplicados na seguinte equação:

$$\varepsilon_{0i} = \frac{d/2 + \sqrt{(r_{ti} - d/2)^2 + h_i^2} - r_{ti}}{a(b^{l_i/a} - 1)} \ln(b) \quad (14)$$

Caso a deformação ultrapasse a deformação limite, considera-se que a fibra e a camada romperam, deixando de contribuir para a absorção de energia nas próximas iterações. Quando esta condição se verifica retira-se uma camada ao número de camadas total atribuído nos dados de entrada.

– Cálculo das energias cinéticas em i do projétil e do cone

Atualizando em cada instante a massa do cone e a velocidade do projétil com o novo valor do raio da onda transversa recorrendo a $m_{ci} = \rho \pi h r_{ti}^2$, está-se em condições de calcular o novo valor da energia cinética do cone deslocado com as seguintes equações:

$$E_i^{cc} = \frac{1}{2} m_{ci} V_i^2 \quad (34)$$

$$E_i^{cp} = \frac{1}{2} m_p V_i^2 \quad (4)$$

– Cálculo das energias dissipadas pelos mecanismos

Fibras Primárias

A energia necessária para uma fibra romper por atingir o seu limite de tensão é dada pela equação:

$$e_i^{FP} = 2A \int_0^{r_{ti}} \int_{\varepsilon=0}^{\varepsilon(x)=\varepsilon_{0i} b^{x/a}} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon dx \quad (19)$$

O número de fibras que falham por tensão é atualizado após o cálculo da deformação. O número de fibras primárias presentes numa camada, n^{FP} , é calculado dividindo a largura da fibra, a ,

pelo diâmetro do projétil, d , e a energia dissipada por falha das fibras primárias é então substituído na Equação (20) resultando em:

$$E_i^{FP} = n^{FP} N_i^{cr} e_i^{FP} \quad (36)$$

Fibras Secundárias

Com a deformação do ponto O já calculada, a deformação dos pontos A e B podem ser agora obtidos recorrendo às equações:

$$\varepsilon_{Ai} = \varepsilon_{0i} \left[\frac{4}{d^2} (\alpha - 1) \left(\frac{d}{2} \right)^2 + 1 \right] \quad (17)$$

$$\varepsilon_{Bi} = \varepsilon_{Ai} b^{d/(2a)} \quad (37)$$

A deformação do ponto B é necessária em

$$\varepsilon(r)_i = \frac{\sqrt{2}\varepsilon_{Bi}}{\sqrt{2}r_{ti} - d} (r_{ti} - r) \quad (21)$$

que será o limite superior do integral

$$E_i^{FS} = \int_{d/\sqrt{2}}^{r_{ti}} \int_0^{\varepsilon(r)} \sigma(r) [2\pi r - 8 \sin^{-1}(d/2r)] h dr d\varepsilon \quad (24)$$

Obtendo-se assim o total da energia dissipada pelas fibras secundárias até ao instante i .

Delaminação e Fissuração da Matriz

Como foi referido no Capítulo 4, é assumido, com o objetivo de simplificar o modelo, que estes dois fenómenos ocorrem ao mesmo tempo, fazendo com que o raio do dano causado por estes mecanismos no instante i seja igual para os dois e obtido pelo uso da seguinte equação

$$r_i^{DL} = r_i^{FM} = \log_b \left(\frac{\varepsilon^{DL \text{ ou } FM}}{\varepsilon_{0i}} \right)^a \quad (27)$$

As energias de delaminação e fissuração são respetivamente calculadas recorrendo às equações:

$$\Delta E_i^{DL} = X^{DL} G_{II} A_{nc} \pi [(r_i^{DL})^2 - (r_{i-1}^{DL})^2] \quad (26)$$

$$\Delta E_i^{FM} = X^{FM} e^{FM} V_m A_{an} \pi [(r_i^{FM})^2 - (r_{i-1}^{FM})^2] \quad (25)$$

O total da energia absorvida por estes mecanismos é obtido fazendo o somatório das energias absorvidas em todos os instantes de tempo i .

Uma vez que estas energias causam dano irreversível no alvo, o algoritmo impõe que os valores máximos das energias de delaminação e fissuração da matriz sejam mantidos, a partir do instante que sejam atingidos, até ao final do evento.

Total da Energia Dissipada

Calculadas todas as energias dissipativas é feito agora o seu somatório para permitir o cálculo da velocidade no instante $i+1$.

$$E_i^{diss} = E_i^{FP} + E_i^{FS} + E_i^{DL} + E_i^{FM} \quad (38)$$

5.1.3 Resultados

No fim de cada iteração o algoritmo verifica as condições de paragem. A Tabela 7 mostra a condição de paragem do algoritmo e os resultados devolvidos.

Tabela 7 - Condição de paragem e *outputs* dados pelo algoritmo

Condição	Descrição	Resultados
$N_i^c = 0$	O projétil perfurou todas as camadas do alvo e sai com uma velocidade residual	Energias dissipadas por cada um dos mecanismos
		Área afetada
		Velocidade residual do projétil
$V_i = 0$	Toda a energia do projétil foi absorvida, e a sua velocidade final é 0	Energias dissipadas por cada um dos mecanismos
		Área afetada
		Número de camadas perfuradas

5.2 Comparação de Resultados

Nesta secção serão apresentados os resultados obtidos após aplicação do algoritmo, e irão ser comparados com os resultados de casos estudados no estado da arte com o objetivo de analisar criticamente o desempenho do algoritmo. O material escolhido para usar no alvo é a fibra de carbono com resina epóxida T300, que foi o material usado pelos autores dos artigos usados para comparação. Os dados de entrada usados relativos ao alvo e ao projétil são apresentados na Tabela 8 e foram obtidos a partir do trabalho apresentado por Pasquali et al. (2015).

Na Tabela 9 é apresentada a comparação feita entre os valores obtidos pela aplicação do algoritmo do modelo apresentado e os resultados obtidos pela literatura.

Para fazer a análise da Tabela 9, é importante referir o facto de o presente modelo, ao contrário dos dois usados como comparação, não contabilizar os efeitos de *shear plug*, o que se reflete nos resultados das energias absorvidas pelos outros mecanismos, uma vez que a velocidade do projétil para o instante $i+1$ é dependente da energia dissipada no instante i (E_i^{diss}).

Importante referir também que os dados apresentados do modelo de Naik e Shrirao (2004) foram retirados por observação do gráfico da Figura 31 e podem conter pequenos erros de paralaxe. Analisando a tabela, pode-se concluir que os valores obtidos pelo presente modelo contêm alguns erros, mas, para a energia das fibras secundárias, a mais influente no fenómeno de absorção de energia em impactos balísticos, existe uma relação aceitável com os restantes modelos, em especial com o de Naik e Shrirao (2004). No entanto essa relação seria melhorada com a presença de *shear plug*.

Tabela 8 - Dados de entrada relativos ao alvo e ao projétil usados no algoritmo (Pasquali et al. 2015)

Dado	Símbolo	Valor
Massa do projétil	m_p	0.0018 kg
Diâmetro do projétil	d	0.005 m
Densidade	ρ	1400 kg/m ³
Espessura	h	0.002 m
Número de camadas	N	5
Módulo de Young	E	148 GPa
Tensão de rotura	σ_r	1187 MPa
Deformação na rotura	ε_r	0.8 %
Módulo de rigidez	G	5.4 GPa
Tensão de corte	τ^{SP}	90 MPa
Deformação de corte	ε^{SP}	3.31 %
Taxa crítica de libertação de energia	G_{II}	800 J/m ²
Deformação limite para fissuração	ε^{FM}	0.32 %
Energia de fissuração da matriz por unidade de volume	e^{FM}	0.9E-3 J/m ³
Fator de anisotropia	S	0.9
Fator de transmissão de ondas de tensão	b	0.950
Diâmetro da fibra	a	0.0017 m
Relação de deformação entre fibras primárias e secundárias	α	40 %
<i>Time step</i>	Δt	1 μ s

Tabela 9 - Comparação de resultados obtidos

	Presente Modelo	Pasquali et al. (2015)	Naik e Shrirao (2004)
V_{in} [m/s]	105	105	82
m_p [g]	1.8	1.8	2.8
E_0^{CP} [J]	9.923	9.92	9.41
E_{FP} [%]	0	0	—
E_{FS} [%]	98.63	72.58	91.36
E_{DL} [%]	0.64	6.38	3.19
E_{FM} [%]	0.72	5.26	1.06
E_{SP} [%]	—	11.22	
r_d [mm]	5.3	14.2	—
h [mm]	6.6	7.4	—

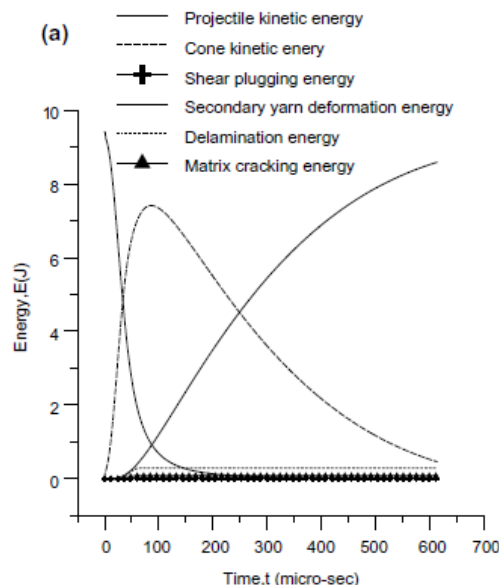


Figura 31 - Gráfico apresentado por Naik e Shrirao (2004) representando os resultados do impacto balístico

Na Figura 32 é apresentado o gráfico obtido no final da análise feita pelo algoritmo. A sua interpretação ajuda ao entendimento do decorrer do processo do impacto balístico. Pode-se observar que inicialmente a energia do projétil é transferida para o alvo sob a forma do deslocamento do cone formado. O cone ganha energia com o aumento do raio da onda transversa. No entanto, quando a velocidade do projétil assume valores muito baixos, o cone começa também a perder energia. Durante todo este processo, as fibras secundárias são alongadas e deformadas, absorvendo a energia cinética do projétil e também do cone. As energias de delaminação e fissuração da matriz atingem um valor máximo do qual não descem, uma vez que o seu aparecimento é causador de dano no painel. O valor da energia dissipada por falha das fibras primárias é tão baixo que se considera nulo.

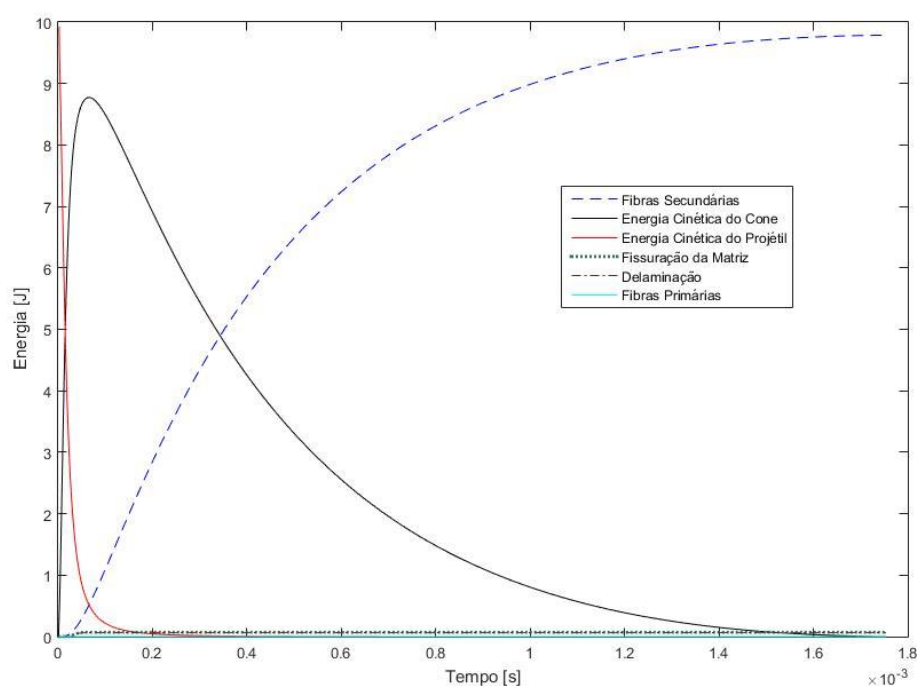


Figura 32 - Evolução das transferências de energia entre o projétil e o alvo

6 Conclusões e perspectivas de trabalho futuro

6.1 Conclusões

Atualmente assiste-se a um aumento do número de conflitos em todo o globo. Os conflitos surgem das mais diversas causas, como a luta pelos direitos, para destronar regimes políticos ou para combater o terrorismo, sendo a preocupação pela salvaguarda da vida humana comum a todos os conflitos. Para aumentar as hipóteses de sobrevivência dos soldados ou polícias envolvidos nos conflitos, torna-se importante o estudo e desenvolvimento de novos materiais e/ou técnicas de proteção pessoal. Estudos como o aqui apresentado levam a uma maior compreensão dos fenómenos ocorridos num impacto balístico, servindo a informação recolhida pela aplicação de modelos analíticos, numéricos ou experimentais para identificar as limitações dos materiais atualmente utilizados nas proteções. O reconhecimento dos limites dos materiais pode levar à procura de melhoramentos das propriedades, resultando numa melhoria nos equipamentos de proteção.

O estado da arte aqui publicado leva-nos a concluir que já há muito trabalho a ser desenvolvido na área da balística terminal, existindo já vários modelos que procuram de maneiras diferentes explicar o fenómeno e procurar melhorias. No entanto existem ainda barreiras à divulgação do conhecimento, como a confidencialidade que alguns países impõem para garantir que os seus soldados estão servidos com melhor proteção que os seus inimigos.

Foi feita uma pesquisa bibliográfica exaustiva de modelos de análise de impactos balísticos e apresentado o modelo que se entende como o mais completo e que melhor representa o fenómeno de impacto balístico.

Alinhando os objetivos da dissertação com os interesses do INEGI, foi decidido implementar numericamente o modelo apresentado. Este será o primeiro algoritmo computacional desenvolvido no INEGI para estudo de impactos balísticos capaz de estudar os mecanismos de absorção de energia, e servirá de base para os projetos em que o INEGI está envolvido.

O algoritmo foi desenvolvido recorrendo ao *software* MATLAB®, que permite realizar cálculos iterativos, essenciais para avaliar todo o processo do impacto balístico de forma pormenorizada. Devido à complexidade inerente ao estudo da balística terminal, foi decidido fazer apenas a implementação de alguns mecanismos no processo de cálculo. A escolha dos mecanismos foi baseada nos resultados apresentados pelas investigações científicas descritas no estado da arte. As energias incorporadas neste algoritmo foram: a energia de deformação elástica das fibras secundárias, energia de delaminação, energia de fissuração da matriz, energia cinética do cone, e energia por falha das fibras primárias.

O algoritmo apresentado é capaz de calcular as energias de absorção por partes das fibras secundárias e a energia cinética do cone com alguma precisão, no entanto as energias absorvidas pelos outros mecanismos requerem melhoramentos posteriores.

Os resultados obtidos permitem concluir que a energia de deformação elástica das fibras secundárias tem um papel muito importante no desempenho balístico dos materiais, o que seria

espectável quando se tem em conta a área que contribui para a absorção deste tipo de energia. Observou-se também que estas fibras estão responsáveis não só por absorver a energia cinética do projétil, mas também a energia cinética que o cone adquire do projétil.

6.2 Trabalhos Futuros

A partir do algoritmo apresentado, existe a necessidade de no futuro promover o seu desenvolvimento para aplicação a diferentes tipos de materiais e à inclusão dos mecanismos de absorção de energias de cada material, assim como melhorar os mecanismos já incluídos no mesmo.

Sugere-se ainda a realização de um estudo pormenorizado e individualizado de cada um dos mecanismos de absorção de energia com a intenção de aumentar a compreensão de cada um, por forma a otimizar a sua modulação numérica.

Será também importante estudar o comportamento de materiais mistos, ou seja, a combinação de vários tipos de materiais, como cerâmicos, compósitos e metais, com o objetivo de criar uma proteção mais eficaz.

Devido à importância de verificar a aplicabilidade dos modelos teóricos analíticos e numéricos, será importante realizar ensaios experimentais, laboratoriais ou em campo de tiro, que permitam validar os modelos e determinar parâmetros que definem os fenómenos mais relevantes.

Referências

- Amar, Prakash, S. M. Srinivasan e A. Rama Mohan Rao. 2015. "Numerical investigation on steel fibre reinforced cementitious composite panels subjected to high velocity impact loading". *Materials & Design* no. 83:164-175. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0264127515003500>.
- Benzerga, Djebbara, Abdelkader Haddi e Antoine Lavie. 2014. "Delamination Model Using Damage Mechanics Applied to New Composite for Orthopaedic Use". *International Journal of Materials Engineering* no. 4 (3):103-113.
- Brown, Dr Phil. 2016. "5 High performance polymers KEVLAR structure uses applications gcse igcse gce A Level AS A2 chemistry revision notes". <http://www.docbrown.info/page03/sms05.htm>.
- Cantwell, W. J. e J. Morton. 1990. "Impact perforation of carbon fibre reinforced plastic". *Composites Science and Technology* no. 38 (2):119-141. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/026635389090002M>.
- Carr, D. J. 1999. "Failure mechanisms of yarns subjected to ballistic impact". *Journal of Materials Science Letters* no. 18 (7):585-588. <http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-0032628713&partnerID=40&md5=61820325e5ac3a6215f949fa440ed172>.
- Ceradyne, Inc. 2015. "Advanced Body Armor Systems - Ceradyne Ceramic Armor Systems". <http://www.ceradyne.com/products/defense/advanced-body-armor-systems.aspx>.
- Ceramtec. 2015. "Ballistic Protective Ceramics". Acedido a 12 Novembro 2015. <https://www.ceramtec.com/ballistic-protection/>.
- Chocron-Benloulou, I. S., J. Rodríguez e V. Sánchez-Gálvez. 1997. "A simple analytical model to simulate textile fabric ballistic impact behavior". *Textile Research Journal* no. 67 (7):520-528. <http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-0031194945&partnerID=40&md5=40ff7702b0d3580d7259d567e76b6730>.
- Coghe, F. e P. Mermans. 2009. "From the knight's helmet to the modern ballistic helmet: Have we reached the summit?". Comunicação apresentada em Security and Use of Innovative Technologies Against Terrorism, em Universidade de Aveiro.
- Fawaz, Z., W. Zheng e K. Behdinan. 2004. "Numerical simulation of normal and oblique ballistic impact on ceramic composite armours". *Composite Structures* no. 63 (3-4):387-395. Acedido a 2004/3//. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263822303001879>.
- Ces Edupack 2015 15.3.10. Granta Design Limited.
- Haque, B. Z., M. M. Kearney e J. W. Gillespie Jr. 2012. "Advances in protective personnel and vehicle armors". *Recent Patents on Materials Science* no. 5 (2):105-136. <http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-84860305935&partnerID=40&md5=f00c9959d6c1c6370f6e408e51855263>.
- Honeywell International Inc. 2015. "Ballistic Protection | Honeywell Advanced Fibers and Composites". <http://www.honeywell-advancedfibersandcomposites.com/applications/ballistic-protection/#body-armor>.
- INEGI. 2015. "INEGI | INEGI - INSTITUTO DE CIÊNCIA E INOVAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA E ENGENHARIA INDUSTRIAL". <http://www.inegi.up.pt/instituicao.asp?idm=1&idsubm=5&LN=>.
- Justice, U. S. Dept of. 2008. *NIJ Standard-0101.06, "Ballistic Resistance of Body Armor"*. National Institute of Justice.

- Justo, Jorge Manuel Costa da Fonseca. 1996. *Estudo do comportamento ao impacto de alta velocidade de estruturas em materiais compósitos*. Porto:: [s. n.].
- . 2005. *Estudo do comportamento ao impacto de alta velocidade de estruturas em materiais compósitos*. Editado por António Torres Marques. Porto:: [s.n.].
- Kumar, Bandaru Aswani e Suhail Ahmad. 2013. "Numerical simulation of progressive damage in laminated composites due to ballistic impact". Em *Safety, Reliability, Risk and Life-Cycle Performance of Structures and Infrastructures*, 4375-4382. CRC Press.
- Lee, Shaw Ming. 1995. "Mode II delamination failure mechanisms of polymer matrix composites". *Journal of Materials Science* no. 32 (5):1287-1295. <http://dx.doi.org/10.1023/A:1018552506085>.
- Magazine, POLICE. 2016. "Point Blank to Outfit Washington DC Metro SWAT with Tactical Armor". <http://www.policemag.com/channel/swat/news/2010/07/21/point-blank-to-outfit-washington-dc-metro-swat-with-tactical-armor.aspx>.
- Mamivand, M. e G. H. Liaghat. 2010. "A model for ballistic impact on multi-layer fabric targets". *International Journal of Impact Engineering* no. 37 (7):806-812. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0734743X10000126>.
- Mohan, Sasikumar e Sundareswaran Velu. 2014. "Ballistic impact behaviour of unidirectional fibre reinforced composites". *International Journal of Impact Engineering* no. 63:164-176. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0734743X13001462>.
- Mohotti, Damith, Tuan Ngo, Sudharshan N. Raman e Priyan Mendis. 2015. "Analytical and numerical investigation of polyurea layered aluminium plates subjected to high velocity projectile impact". *Materials & Design* no. 82:1-17. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0261306915002836>.
- Morye, S. S., P. J. Hine, R. A. Duckett, D. J. Carr e I. M. Ward. 2000. "Modelling of the energy absorption by polymer composites upon ballistic impact". *Composites Science and Technology* no. 60 (14):2631-2642. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0266353800001391>.
- Moura, Marcelo Francisco de Sousa Ferreira de, Alfredo Manuel Balacó de Moraes e António Gonçalves de Magalhães. 2011. *Materiais compósitos materiais, fabrico e comportamento mecânico*. Vol. 2ª ed. Porto: Publindústria, Edições Técnicas.
- Naik, N. K. e A. V. Doshi. 2008. "Ballistic impact behaviour of thick composites: Parametric studies". *Composite Structures* no. 82 (3):447-464. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S026382230700027X>.
- Naik, N. K., S. Kumar, D. Ratnaveer, M. Joshi e K. Akella. 2013. "An energy-based model for ballistic impact analysis of ceramic-composite armors". *International Journal of Damage Mechanics* no. 22 (2):145-187. <http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-84876519475&partnerID=40&md5=6bdae216abfa5439ceb6f3182dbaf4c8>.
- Naik, N. K. e P. Shrirao. 2004. "Composite structures under ballistic impact". *Composite Structures* no. 66 (1-4):579-590. Acedido a 2004/12//. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263822304001825>.
- Naik, N. K., P. Shrirao e B. C. K. Reddy. 2006. "Ballistic impact behaviour of woven fabric composites: Formulation". *International Journal of Impact Engineering* no. 32 (9):1521-1552. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0734743X05000266>.

- NATO. *Ballistic test method for personal armours, NATO Standardisation Agreement (STANAG 2920) draft*
- Parga-Landa, B. e F. Hernández-Olivares. 1995. "An analytical model to predict impact behaviour of soft armours". *International Journal of Impact Engineering* no. 16 (3):455-466. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0734743X9400054Z>.
- Park, Yurim, YunHo Kim, Abrar H. Baluch e Chun-Gon Kim. 2015. "Numerical simulation and empirical comparison of the high velocity impact of STF impregnated Kevlar fabric using friction effects". *Composite Structures* no. 125:520-529. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263822315001208>.
- Pasquali, Michele, Consuelo Terra e Paolo Gaudenzi. 2015. "Analytical modelling of high-velocity impacts on thin woven fabric composite targets". *Composite structures* no. 131:951-965. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263822315005425>.
- Pinto, José Manuel Grilo Taveira e Pedro Alexandre Rodrigues Carvalho Rosa. 2009. *Avaliação do Comportamento mecânico de blindagens balísticas*. Lisboa: UTL. Instituto Superior Técnico.
- Royal D. S. M., The Netherlands. 2015. "Personal Armor". http://www.dsm.com/products/dyneema/en_GB/industries/military-law-enforcement/personal-armor.html.
- Shim, V.P.W., V.B.C. Tan e T.E. Tay. 1995. *Perforation of woven fabric by spherical projectiles*.
- Silva, M. A. G., C. Cismaşiu e C. G. Chiorean. 2005. "Numerical simulation of ballistic impact on composite laminates". *International Journal of Impact Engineering* no. 31 (3):289-306. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0734743X04000296>.
- Smith, Jack C, Frank L McCrackin e Herbert F Schiefer. 1958. "Stress-Strain Relationships in Yarns Subjected to Rapid Impact Loading Part V: Wave Propagation in Long Textile Yarns Impacted Transversely". *Textile Research Journal* no. 28 (4):288-302.
- TheArmsGuide. 2014. "Long Range Shooting: External Ballistics - The Transonic Region | The Arms Guide". Última atualização 2014-03-26. <http://thearmsguide.com/5348/long-range-shooting-external-ballistics-transonic-region/>.
- "Wadley Research Group - UVA". 2016. <http://www.virginia.edu/ms/research/wadley/ballistic-impact.html>.
- White, Mary Anne. 1999. *Properties of materials*. New York Oxford: Oxford University Press.
- Woodward, R. L., W. A. Gooch Jr, R. G. O'Donnell, W. J. Perciballi, B. J. Baxter e S. D. Pattie. 1994. "A study of fragmentation in the ballistic impact of ceramics". *International Journal of Impact Engineering* no. 15 (5):605-618. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0734743X94901222>.
- Yang, H. H. 1993. *Kevlar aramid fiber*. John Wiley & sons Ltd.
- Zaera, R. e V. Sánchez-Gálvez. 1998. "Analytical modelling of normal and oblique ballistic impact on ceramic/metal lightweight armours". *International Journal of Impact Engineering* no. 21 (3):133-148. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0734743X97000353>.

ANEXO A: Código Algoritmo MATLAB®

```

clc
clear all
close all

%::::::::::::::::::::::::::::::::::::
%::::::::::::::::INPUTS::::::::::::
%::::::::::::::::::::::::::::::::::::

%massa projétil [kg]
mp=0.0018;
%velocidade inicial do projétil [m/s]
Vi=105;
%densidade [kg/m^3]
ro=1400;
%espessura [m]
es=0.002;
%time step [s]
dt=1E-6;
%tensão limite [Pa]
sigp=1187E6;
%deformação limite
defp=0.8/100;
%módulo Young [Pa]
E=148E9;
%Módulo de Rigidez [GPa]
G=5.4E9;
%diametro projétil [m]
d=0.005;
%camadas
Nc=5;
%espessura camada
esc=es/Nc;
%damage threshold
defd=0.32/100;
%factor anisotropia
San=0.9;
%fração volumica da matriz [%]
Vm=50/100;
%energia delaminação [J/m^2]
GII=800;
%energia matriz [J/m^3]
e_fm=0.9E6;
%percentagem de delaminação (dl) e fissuração da matriz (fm) [%]
Xfm=100/100;
Xdl=Xfm;
%tensão sp [MPa]
tsp=90E6;
%velocidade da onda plástica [m/s]
cp=sqrt(E/ro);
%largura da fibra [m]
a=0.0017;
%factor de transmissão
b=0.950;
%relação de deformação entre as fibras primárias e secundárias
alfa=40/100;
%rácio de deformação ao longo da espessura
beta=3.6/100;
%número de fibras primárias numa camada
fp=round(d/a);
%::::::::::::::::::::::::::::::::::::
%::::::::::::::::ESTADO INICIAL::::::::::::
%::::::::::::::::::::::::::::::::::::

```

```

n=1;
t(1)=dt;
rt(1)=0;
ct(n)=0;
rp(1)=0;
mc(1)=0;
V(1)=Vi;
ac(1)=0;
h(1)=0;
F(1)=mp*ac(1);
li(1)=0;
def0(1)=0;
Ecc(1)=0;
Nc(1)=Nc;
Ecp(1)=0.5*mp*V(1)^2;
e_fp(1)=0;
Efp(1)=0;
Efs(1)=0;
Efm(1)=0;
Edl(1)=0;

Ediss(1)=Efs(1)+Efm(1)+Edl(1)+Efp(1);

%:.....
%:.....ESTADO 2:.....
%:.....

n=2;
t(2)=t(1)+dt;
rt(2)=d/2;
ct(2)=rt(2)/dt;
rp(2)=d/2;
mc(2)=ro*pi*es*rt(2)^2;
V(2)=V(1);
ac(2)=(V(1)-V(2))/dt;
h(2)=0;
F(2)=mp*ac(2);
li(2)=d/2+sqrt((rt(2)-d/2)^2+h(2)^2)+(rp(2)-rt(2));
def0(2)=(d/2+sqrt((rt(2)-d/2)^2+h(2)^2)-rt(2))/(a*(b^(li(2)/a)-1))*log(b);

for k=1:1:Nc(n-1)

    def0k(k)=((d/2+sqrt((rt(n)-d/2)^2+h(n)^2*(1-(k-1)*beta*(esc/es))^2)-
rt(n))*log(b))/(a*(b^(li(n)/a)-1));

end

if Nc(1)>2

    if defp-def0k(1)<=0.0001
        def0(2)=def0k(2);
        Nc(2)=Nc(1)-1;
    else
        def0(2)=def0k(1);
        Nc(2)=Nc(1);
    end

end

```

```

%:.....
%:.....ENERGIAS CINÉTICAS:.....
%:.....

Ecc(2)=0.5*mc(2)*V(2)^2;

Ecp(2)=0.5*mp*V(2)^2;

%:.....
%:.....FIBRAS PRIMÁRIAS:.....
%:.....

Y=0;
xf=rt(2);
dx=1e-6;
for x=0:dx:xf

    g=2*pi*a^2*E*def0(2)^2*b^((2*x)/a);
    Y=Y+g*dx;
End

e_fp(2)=Y;

Efp(2)= fp*(Nc(1)-Nc(2))*e_fp(2);

%:.....
%:.....FIBRAS SECUNDÁRIAS:.....
%:.....

defA(2)=def0(2)*((4/d^2)*(alfa-1)*(d/2)^2+1);
defB(2)=defA(2)/(b^(-d/(2*a)));

% integração
ri=d/sqrt(2);
rf=rt(2);
dr=1e-6;
X=0;

for r=ri: dr: rf

    fun=E*(((sqrt(2)*(rt(2)-r))/(sqrt(2)*rt(2)-d)*def0(2))^2)/2*(2*pi*r-
r*8*asin(d/(2*r)))*es;

    X=X+fun*dr;
end

Efs(2)=X;

%:.....
%:.....DELAMINAÇÃO E FISSURAÇÃO:.....
%:.....

rd(2)=0;
dEdl(2)=Xd1*GII*San*pi*(rd(2)^2);
Edl(2)=dEdl(2);
dEfm(2)=Xfm*Vm*San*e_fm*pi*(rd(2)^2)*es;
Efm(2)=dEfm(2);

```

```

Ediss(2)=Efs(2)+Efm(2)+Edl(2)+Efp(2);

%::::::::::::::::::::::::::::::::::::
%:::::::::PROCESSO ITERATIVO::::::::
%::::::::::::::::::::::::::::::::::::

fim=0;
while ~fim

    n=n+1;

    %::::::::::::::::::::::::::::::::::::
    %:::::::::CÁLCULOS AUXILIARES::::::::
    %::::::::::::::::::::::::::::::::::::

    t(n)=t(n-1)+dt;
    ct(n)=sqrt(((1+defp)*sigp)/ro)-sqrt(E/ro)*def0(n-1);
    rt(n)=rt(n-1)+ct(n)*dt;
    rp(n)=rp(n-1)+cp*dt;
    mc(n)=ro*pi*es*rt(n)^2;
    V(n)=sqrt((mp*V(1)^2-2*Ediss(n-1))/(mp+mc(n)));

    %condição de paragem - avaliação da velocidade
    if V(n)<=0.01
        fim=1;
        V(n)=0;
        disp('V=0');
        Nc(n-1);

    end

    ac(n)=(V(n-1)-V(n))/dt;
    h(n)=h(n-1)+V(n)*dt-0.5*ac(n)*dt^2;
    F(n)=mp*ac(n);

    li(n)=d/2+sqrt((rt(n)-d/2)^2+h(n)^2)+(rp(n)-rt(n));
    def0(n)=(d/2+sqrt((rt(n)-d/2)^2+h(n)^2)-rt(n))/(a*(b^(li(n)/a)-
1))*log(b);

    %avaliação da deformação em todas as camadas do alvo
    for k=1:1:Nc(n-1)

        def0k(k)=((d/2+sqrt((rt(n)-d/2)^2+h(n)^2*(1-(k-
1)*beta*(esc/es)^2)-rt(n))*log(b))/(a*(b^(li(n)/a)-1)));

    end

    if Nc(n-1)>=2

        if defp-def0k(1)<=0.0001
            def0(n)=def0k(2);
            Nc(n)=Nc(n-1)-1;
        else
            def0(n)=def0k(1);
            Nc(n)=Nc(n-1);
        end
    end
else
    % condição de paragem - avaliação da profundidade
    if defp-def0k(1)<=0.0001
        Nc(n)=0;
        fim=1;
    end
end

```



```

        disp('Alvo perfurado');
    else
        def0(n)=def0k(1);
        Nc(n)=Nc(n-1);
    end
end

sig(n)=def0(n)*E;

%::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::
%:::::::::ENERGIAS CINÉTICAS::::::::::::::::::
%::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::

Ecc(n)=0.5*mc(n)*V(n)^2;

Ecp(n)=0.5*mp*V(n)^2;

%      ::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::
%      :::::::::::FIBRAS PRIMÁRIAS::::::::::::::::::
%      ::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::

%integração
Y=0;
xf=rt(n);
dx=1e-6;
for x=0:dx:xf

    g=2*pi*a^2*E*def0(n)^2*b^((2*x)/a);
    Y=Y+g*dx;
end
e_fp(n)=Y;

Efp(n)= fp*(Nc(1)-Nc(n))*e_fp(n);

%::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::
%:::::::::FIBRAS SECUNDÁRIAS::::::::::::::::::
%::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::

defA(n)=def0(n)*((4/d^2)*(alfa-1)*(d/2)^2+1);
defB(n)=defA(n)/(b^(-d/(2*a)));
defB(n)=max(defB(n));

% integração
ri=d/sqrt(2);
rf=rt(n);
dr=1e-6;
X=0;

for r=ri: dr: rf

    fun=E*(((sqrt(2)*(rt(n)-r))/(sqrt(2)*rt(n)-
d)*defB(n))^2)/2*(2*pi*r-r*8*asin(d/(2*r)))*es;

    X=X+fun*dr;
end
Efs(n)=X;

%::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::
%:::::::::DELAMINAÇÃO E FISSURAÇÃO::::::::::::::::::
%::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::

```

```

rd(n)=log((defd/def0(n))^a)/log(b);

if rd(n)<=0
    dEdl(n)=0;
    Edl(n)=Edl(n-1)+dEdl(n);
    dEfm(n)=0;
    Efm(n)=Efm(n-1)+dEfm(n);
else
    rd(n)=max(rd);
    dEdl(n)=Xdl*GII*San*pi*((rd(n)^2-rd(n-1)^2));
    Edl(n)=Edl(n-1)+dEdl(n);
    dEfm(n)=Xfm*Vm*San*e_fm*pi*((rd(n)^2-rd(n-1)^2)*es;
    Efm(n)=Efm(n-1)+dEfm(n);
end

Efm(n)=max(Efm);
Edl(n)=max(Edl);

Ediss(n)=Efs(n)+Efm(n)+Edl(n)+Efp(n);

end

'Resultados'
[max(rd), Ecp(1), Ecc(n), Efs(n), Edl(n), Efm(n), Efp(n)]

figure;
plot(t, Efs, 'b--', t, Ecc, 'k', t, Ecp, 'r', t, Efm, 'b:', t, Edl, 'c-.',
t, Efp, '-.');
legend('Fibras Secundárias', 'Energia Cinética do Cone', 'Energia Cinética
do Projétil', 'Fissuração da Matriz', 'Delaminação', 'Fibras Primárias');
xlabel('Tempo [s]');
ylabel('Energia [J]');

```